



# Stratégies de contrôle embarquables d'un groupe moto-propulseur hybride de type bi-mode

Olivier Reyss

## ► To cite this version:

Olivier Reyss. Stratégies de contrôle embarquables d'un groupe moto-propulseur hybride de type bi-mode. Automatique / Robotique. Université Paris Sud - Paris XI, 2008. Français. NNT: . tel-00345795

**HAL Id: tel-00345795**

**<https://theses.hal.science/tel-00345795>**

Submitted on 10 Dec 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## THÈSE DE DOCTORAT

**SPECIALITE : PHYSIQUE**

*Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des  
Télécommunications et des Systèmes »*

Présentée par :

**Olivier REYSS**

Sujet :

**STRATEGIES DE CONTROLE EMBARQUABLES D'UN GROUPE  
MOTO-PROPULSEUR HYBRIDE DE TYPE BI-MODE**

Soutenue le 9 octobre 2008 devant les membres du jury :

M. Yacine CHITOUR	(président)
M. Gilles DUC	(directeur de thèse)
M. Thierry-Marie GUERRA	(rapporteur)
M. Michel ZASADZINSKI	(rapporteur)
M. Philippe POGNANT-GROS	(co-encadrant)
M. Guillaume SANDOU	(co-encadrant)
M. Michel MENSLER	(invité)



## Stratégies de contrôle embarquables d'un groupe moto-propulseur hybride de type bi-mode

Ces dernières années ont vu le marché automobile évoluer de manière importante, chahuté par un ensemble de contraintes géopolitiques et environnementales nouvelles, dont la principale est la nécessité de réduire les émissions de gaz à effet de serre. Une des solutions à moyen terme les plus prometteuses pour répondre à ce problème est l'hybridation des groupes moto-propulseurs.

La complexification des transmissions alors engendrée pose des problèmes de contrôle dont les points clés sont : la rapidité des suivis du couple à la roue, du régime moteur et de la tension de l'élément de stockage dans un cadre multivariable, le découplage de ces suivis et la robustesse de la loi de commande face à un certain nombre de perturbations identifiées et aux non-linéarités. Un outil moderne répond à ces attentes, en proposant une approche fréquentielle, qui permet donc la traduction d'un cahier des charges précis : la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ .

Dans cette thèse, nous poserons tout d'abord le contexte du marché automobile actuel, et nous déterminerons un modèle générique pour un ensemble de transmissions hybrides. Deux axes seront alors étudiés indépendamment. D'une part, nous présenterons une structure de loi de commande avantageuse reprenant l'approche moteur / boîte de vitesse que l'on retrouve dans un véhicule classique. D'autre part, nous mettrons en relief le fait que le système, bien que non linéaire, peut être abordé dans le cadre des systèmes linéaires à paramètres variants (LPV).

Deux approches sont alors possibles : synthétiser un correcteur linéaire invariant, ou un correcteur également LPV. Pour faire ce choix nous mettrons en place plusieurs outils d'analyse, adaptés au cadre LPV, et réaliserons des simulations significatives. Dans le but d'implanter la loi de commande choisie dans un véhicule d'essais, une architecture logicielle sera alors définie, assurant la discrétisation et la bonne initialisation du correcteur.

Les résultats obtenus sur prototype montrent que les outils utilisés sont bien adaptés aux transmissions hybrides, et qu'ils permettent un réglage fin des objectifs du cahier des charges.

**Mots-clés :** véhicule hybride, contrôle de transmission, synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ , synthèse LPV, analyse de robustesse.

### Embedded control strategies for dual-mode hybrid powertrain

During last years, car manufacturers have radically changed their policies because of geo-political and climatic constraints, such as the need for reducing greenhouse gas emission. Nowadays, the leading middle-term solution to resolve this problem is the hybridization of powertrains.

This kind of technical evolutions induces higher complexity of control strategies, whose key points are : dynamic of wheel torque, engine speed and battery voltage tracking, in a multivariable framework, decoupling of these trackings and robustness of the control law, face to uncertainties and non-linearities. Allowing spectral translation of precise specifications,  $\mathcal{H}_\infty$  synthesis seems to be the best tool to lead such studies.

In this thesis, we will first describe the actual context of automotive market. We will then study some existing hybrid powertrains in order to get an universal model of these. Two points will be studied then. On the one hand, a new control law structure will be defined. This one brings benefits by decoupling engine / gearbox behaviour of the powertrain, as in a classic vehicle. On the other hand, we will see that the system can be studied as a linear parameter varying system (LPV).

Then two different approaches are possible : either get a linear control law, based on a linearization of the system, or use a LPV controller. To choose the best solution, analysis tools for LPV systems will be considered and some simulations results will be discussed. In order to use the controller that would have been chosen into a vehicle, a computable design will be defined, dealing with discretization and initialization.

The results we got with the mule car showed that the tools we used are highly adapted to hybrid powertrain, and allow a precise tuning of specifications.

**Keywords :** hybrid vehicle, powertrain control,  $\mathcal{H}_\infty$  synthesis, LPV system synthesis, robustness analysis.



# Remerciements

Je tiens à exprimer ma plus grande reconnaissance à Monsieur Gilles Duc, mon directeur de thèse et professeur à Supélec, ainsi qu'à Monsieur Guillaume Sandou, professeur à Supélec, pour la qualité de leur encadrement. Par leurs qualités pédagogiques et leur disponibilité, ils ont su m'aider à mener à bien mes recherches et à ne pas me perdre dans les méandres de la commande robuste.

Je remercie très sincèrement Monsieur Philippe Pognant-gros, docteur chez Renault durant la majeure partie de cette expérience et aujourd'hui docteur à l'IFP. Par ses qualités techniques, humaines et d'encadrement, il a joué un rôle essentiel durant ces trois années et a su me transmettre la passion de la commande de systèmes mécaniques complexes.

Que soient remerciés Monsieur Thierry-Marie Guerra, professeur à l'université de Valenciennes, et Monsieur Michel Zasadzinski, professeur à l'université de Nancy I, de m'avoir fait l'honneur de juger mon travail en tant que rapporteurs.

Je remercie également Monsieur Yacine Chitour, professeur à l'université de Paris XI, d'avoir accepté de faire partie et de présider mon jury de thèse.

Je remercie Monsieur Michel Mensler, docteur chez Renault, d'avoir accepté de participer à ce jury.

Que soit remercié Monsieur Patrick Boucher, chef du département Automatique de Supélec, pour m'avoir chaleureusement accueilli dans son laboratoire et m'avoir fourni les conditions nécessaires au bon déroulement de ma thèse.

Je remercie également Monsieur Luc Bourgeois, chef du PUCE Contrôle des

Systèmes de Renault, de m'avoir fait confiance pour ce travail de thèse et pour m'avoir permis de réaliser mes travaux au sein de son service.

Je remercie très chaleureusement l'ensemble des personnes du PUCE Contrôle des Systèmes de Renault, qui ont su m'aider dans mes recherches et m'ont accueilli dans un cadre de travail très agréable, et en particulier Ahmed, Arnaud, Gregory, Hatem, Malek et Mehdi du plateau TIVA.

Je remercie également les personnes du Département d'Automatique de Supélec, pour leur collaboration enrichissante et l'ambiance agréable qu'ils ont su créer dans ce laboratoire.

Mes remerciements vont également à ma famille et mes amis qui m'ont accompagné et soutenu chaleureusement durant ces années d'étude. Ils ne seraient pas complets sans que je remercie Camille pour tout ce qu'elle m'apporte, pour les moments passés et à venir.







# Table des matières

Publications et brevets . . . . .	13
Notations et définitions . . . . .	15
<b>1 Introduction générale</b>	<b>19</b>
<b>2 Contexte industriel</b>	<b>27</b>
2.1 Introduction . . . . .	29
2.2 Contexte actuel du marché automobile . . . . .	29
2.2.1 Contexte environnemental . . . . .	29
2.2.1.1 <i>Problématique climatique</i> . . . . .	29
2.2.1.2 <i>Problématique sanitaire</i> . . . . .	31
2.2.2 Normes et législation . . . . .	31
2.2.2.1 <i>Incitation par la mise en place de normes</i> . . . . .	31
2.2.2.2 <i>Incitation par l'octroi de subventions</i> . . . . .	33
2.2.3 Evolution du marché automobile . . . . .	34
2.2.3.1 <i>Evolution des attentes des conducteurs</i> . . . . .	34
2.2.3.2 <i>Solutions largement répandues</i> . . . . .	34
2.2.3.3 <i>Solutions en fort développement</i> . . . . .	35
2.2.3.4 <i>D'autres solutions pour demain ?</i> . . . . .	36
2.3 Histoire des véhicules électriques et hybrides . . . . .	38
2.3.1 Les premiers pas de la propulsion électrique . . . . .	38
2.3.2 Des années 60 à nos jours . . . . .	42
2.3.2.1 <i>Les années 60 et 70 : le renouveau</i> . . . . .	42
2.3.2.2 <i>Des années 80 à nos jours : développement de plusieurs modèles</i> . . . . .	44
2.4 Caractéristiques des architectures hybrides . . . . .	45
2.4.1 Organes caractérisant un véhicule hybride . . . . .	46
2.4.1.1 <i>Moteur thermique</i> . . . . .	46

2.4.1.2	<i>Machines électriques</i> . . . . .	47
2.4.1.3	<i>Éléments mécaniques</i> . . . . .	50
2.4.1.4	<i>Variateur de vitesse</i> . . . . .	52
2.4.1.5	<i>Batterie</i> . . . . .	54
2.4.1.6	<i>Électronique de puissance</i> . . . . .	55
2.4.2	Classification des véhicules hybrides . . . . .	56
2.4.2.1	<i>Hybrides séries</i> . . . . .	56
2.4.2.2	<i>Hybrides parallèles</i> . . . . .	57
2.4.2.3	<i>Hybrides mixtes</i> . . . . .	58
2.4.2.4	<i>Types de transmission</i> . . . . .	58
2.4.3	Prestations offertes par les véhicules hybrides . . . . .	60
2.4.3.1	<i>Performances / consommation</i> . . . . .	60
2.4.3.2	<i>Agrément de conduite</i> . . . . .	62
2.4.3.3	<i>Classification selon les prestations</i> . . . . .	63
2.5	<b>Conclusion</b> . . . . .	63
3	<b>Modélisation des transmissions hybrides et introduction au contrôle de groupes moto-propulseurs hybrides</b> . . . . .	65
3.1	<b>Introduction</b> . . . . .	67
3.2	<b>Introduction au contrôle de GMP hybrides</b> . . . . .	67
3.2.1	Structure globale du contrôle . . . . .	67
3.2.1.1	<i>L'IVC : Interprétation de la Volonté du Conducteur</i> . . . . .	68
3.2.1.2	<i>L'OPF : Optimisation du Point de Fonctionnement</i> . . . . .	69
3.2.1.3	<i>Le COS : COntôle des Systèmes</i> . . . . .	70
3.2.1.4	<i>Les calculateurs locaux</i> . . . . .	70
3.2.2	Structures possibles de COS . . . . .	71
3.3	<b>Éléments de modélisation des transmissions hybrides</b> . . . . .	72
3.3.1	Éléments communs de modélisation . . . . .	73
3.3.2	Etude de la puissance dérivée . . . . .	76
3.3.2.1	<i>Pour une transmission continue (IVT)</i> . . . . .	76
3.3.2.2	<i>Pour les structures hybrides</i> . . . . .	77
3.4	<b>Etude d'un ensemble de structures hybrides</b> . . . . .	78
3.4.1	Architecture série . . . . .	78
3.4.2	Architecture parallèle ( <i>Honda Insight</i> ) . . . . .	79
3.4.3	Architecture parallèle à 4 roues motrices . . . . .	81
3.4.4	Architectures mixtes . . . . .	83

3.4.4.1	<i>Toyota Prius</i> . . . . .	84
3.4.4.2	<i>L'hybride bi-mode</i> . . . . .	86
3.4.4.2.1	<i>TIVA</i> . . . . .	87
3.4.4.2.2	<i>HEAT</i> . . . . .	90
3.4.4.2.3	<i>Hybride bi-mode GM</i> . . . . .	92
3.4.5	Architecture mixte à 4 roues motrices (Lexus <i>RX400h</i> ) . .	94
3.5	<b>Modélisation universelle des hybrides</b> . . . . .	95
3.6	<b>Conclusion</b> . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Etude approfondie du modèle d'une transmission : TIVA</b>	<b>99</b>
4.1	<b>Introduction</b> . . . . .	101
4.2	<b>Prise en compte des amortissements mécaniques</b> . . . . .	101
4.2.1	Mise en évidence de la nécessité de la prise en compte des amortissements mécaniques . . . . .	101
4.2.2	Amélioration du modèle . . . . .	102
4.2.3	Pôles du système prenant en compte les amortissements . .	103
4.3	<b>Simplification du modèle</b> . . . . .	106
4.4	<b>Structure du COS pour TIVA</b> . . . . .	108
4.4.1	Structure générale . . . . .	109
4.4.2	Proposition de nouvelle structure à 2 étages . . . . .	109
4.4.2.1	<i>Motivation</i> . . . . .	109
4.4.2.2	<i>Principe</i> . . . . .	110
4.4.2.3	<i>Correcteur <math>K_2</math></i> . . . . .	111
4.4.2.4	<i>Modèle de synthèse du correcteur <math>K_1</math></i> . . . . .	112
4.4.2.5	<i>Avantages et amélioration possible</i> . . . . .	113
4.5	<b>Conclusion</b> . . . . .	113
<b>5</b>	<b>Préambule à la synthèse du COS</b>	<b>117</b>
5.1	<b>Introduction</b> . . . . .	119
5.2	<b>Spécificités du système TIVA</b> . . . . .	119
5.2.1	Définition des systèmes LPV . . . . .	119
5.2.1.1	<i>Systèmes LPV</i> . . . . .	119
5.2.1.2	<i>Systèmes quasi-LPV</i> . . . . .	120
5.2.1.3	<i>Cas de TIVA</i> . . . . .	120
5.2.2	Propriétés . . . . .	121
5.2.2.1	<i>Systèmes polytopiques</i> . . . . .	121
5.2.2.2	<i>Polytope considéré pour TIVA</i> . . . . .	122

5.2.2.3	<i>Etude des systèmes quasi-LPV</i> . . . . .	124
5.3	<b>Méthodologie</b> . . . . .	124
5.4	<b>Cahier des charges</b> . . . . .	127
5.4.1	Les différents modes opératoires . . . . .	127
5.4.2	Intérêt de la structure à 2 étages . . . . .	128
5.4.3	Définition des fonctions de sensibilité . . . . .	129
5.4.4	Traduction du cahier des charges en gabarits fréquentiels . .	132
5.5	<b>Conclusion</b> . . . . .	133
6	<b>Synthèse d'un correcteur <math>K_1</math></b> . . . . .	135
6.1	<b>Introduction</b> . . . . .	137
6.2	<b>Outils de base</b> . . . . .	137
6.2.1	Norme $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	138
6.2.1.1	<i>Valeurs singulières</i> . . . . .	138
6.2.1.2	<i>Norme <math>\mathcal{H}_\infty</math></i> . . . . .	139
6.2.2	Calcul de la norme $\mathcal{H}_\infty$ d'un système . . . . .	140
6.2.2.1	<i>Méthode de calcul</i> . . . . .	140
6.2.2.2	<i>Introduction à la résolution de LMI</i> . . . . .	142
6.3	<b>Synthèse <math>\mathcal{H}_\infty</math> dans le cas LTI</b> . . . . .	143
6.3.1	Principe - problème $\mathcal{H}_\infty$ standard . . . . .	143
6.3.2	Méthodes de résolution du problème $\mathcal{H}_\infty$ standard . . . . .	144
6.3.2.1	<i>Résolution par équations de Riccati</i> . . . . .	145
6.3.2.2	<i>Résolution par LMI</i> . . . . .	147
6.3.3	Utilisation de filtres pré- et post-compensateurs - Tracé des fonctions caractéristiques d'un système dans le cas multiva- riable . . . . .	148
6.3.3.1	<i>Prise en compte d'un cahier des charges par l'uti- lisation de filtres</i> . . . . .	148
6.3.4	Intérêt et avantages de la synthèse $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	151
6.4	<b>COS LTI pour TIVA</b> . . . . .	153
6.4.1	Choix des pondérations fréquentielles . . . . .	153
6.4.2	Choix du point de fonctionnement pour la synthèse . . . . .	155
6.4.3	Correcteur obtenu . . . . .	156
6.5	<b>Extension de la synthèse <math>\mathcal{H}_\infty</math> au cas LPV</b> . . . . .	158
6.6	<b>COS LPV pour TIVA</b> . . . . .	160
6.7	<b>Conclusion</b> . . . . .	161

<b>7</b>	<b>Analyse du correcteur / simulations</b>	<b>165</b>
7.1	Introduction . . . . .	167
7.2	Tracé des fonctions caractéristiques pour les systèmes multivariables . . . . .	168
7.3	Analyse de la stabilité de notre système . . . . .	170
7.3.1	$\mu$ -analyse . . . . .	171
7.3.1.1	Définition . . . . .	171
7.3.1.2	Pour TIVA . . . . .	173
7.3.2	Analyse quadratique de Lyapunov . . . . .	174
7.3.2.1	Approche de Lyapunov . . . . .	174
7.3.2.2	Approche de Lyapunov pour les systèmes LPV polytropiques et affines . . . . .	175
7.3.2.3	Stabilité de notre système . . . . .	176
7.4	Analyse des performances de notre système . . . . .	177
7.4.1	Gain $L_2$ . . . . .	177
7.4.1.1	Définition . . . . .	177
7.4.1.2	Méthode de calcul . . . . .	177
7.4.2	Tracé des évaluations de fonctions de sensibilité . . . . .	178
7.4.2.1	Utilisation de gabarits fréquentiels . . . . .	179
7.4.2.2	Obtention de tracés fréquentiels . . . . .	180
7.4.2.3	Application à notre système en boucle fermée : cas d'un correcteur LTI . . . . .	184
7.4.2.4	Application à notre système en boucle fermée : cas d'un correcteur LPV . . . . .	187
7.5	Validation des lois de commande par simulation . . . . .	190
7.5.1	Résultats obtenus sur le modèle simple . . . . .	190
7.5.2	Comparaison des correcteurs LTI et LPV par simulation . . . . .	191
7.5.3	Résultats sur un simulateur complet . . . . .	195
7.6	Conclusion . . . . .	203
<b>8</b>	<b>Mise sous forme implémentable et essais temps-réel</b>	<b>207</b>
8.1	Introduction . . . . .	209
8.2	Implémentation du COS . . . . .	210
8.2.1	Interprétation du correcteur . . . . .	210
8.2.2	Discrétisation . . . . .	211
8.2.3	Initialisation . . . . .	212

8.2.3.1	<i>Critère d'initialisation</i> . . . . .	212
8.2.3.2	<i>Méthode d'initialisation</i> . . . . .	213
8.3	Résultats obtenus sur prototype . . . . .	215
8.4	Conclusion . . . . .	221
9	Conclusion générale	223
	Annexe 1 : Publication pour l'IFAC World congress 2008	231
	Annexe 2 : Brevet publié dans le cadre de la thèse	239
	Références bibliographiques	243







# Publications et brevets

## Publications

- O.Reyss, G.Duc, G.Sandou et P.Pognant-Gros, "Multivariable Torque Tracking Strategies For E-IVT Hybrid Powertrain", proceedings of the 2nd International Conference on Automotive Power Electronics, Société des Ingénieurs de l'Automobile, 2007.
- O.Reyss, G.Duc, G.Sandou et P.Pognant-Gros, "Multivariable Torque Tracking Strategies For E-IVT Hybrid Powertrain", International Journal of System Science (accepté).
- O.Reyss, G.Duc, G.Sandou et P.Pognant-Gros, "Robust Torque Tracking Strategies For E-IVT Hybrid Powertrain", IFAC World Congress 2008.

## Brevets

- Olivier Reyss et Philippe Pognant-Gros, étendu à l'international : "Stratégie de pré-charge d'une capacité de puissance pour une transmission de puissance à dérivation de puissance", N°06-54546, 2006.
- Olivier Reyss, Philippe Pognant-Gros et Arnaud Villeneuve, trophée d'or de l'innovation Renault 2008 catégorie environnement : "stratégie de charge de l'élément de stockage pour une transmission de puissance par blocage des roues à l'aide des freins", N°07-54632, 2007.
- Olivier Reyss, Philippe Pognant-Gros et Guillaume Sandou, étendu à l'international : "Structure de commande découplée moteur / boîte pour le contrôle d'une transmission de type E-IVT", N°07-04392, 2007.



# Notations et définitions

## Acronymes

LTI	Linéaire invariant dans le temps
LPV	Linéaire à paramètres variants
LMI	Inégalité matricielle linéaire
BVM	Boîte de vitesse manuelle
BVA	Boîte de vitesse automatique
BVR	Boîte de vitesse robotisée
CVT	Boîte à rapport continûment variable
IVT	Boîte à rapport infiniment variable
E-IVT	Boîte à rapport infiniment variable électrique
GMP	Groupe moto-propulseur
IVC	Module d'interprétation de la volonté du conducteur
OPF	Module d'optimisation du point de fonctionnement
COS	Module de commande des systèmes
DCDC	Convertisseur électrique continu / continu
PMSG	Machine électrique synchrone à aimants permanents
TT	Mode de roulage suivi de couple
FCO	Mode de roulage coupure d'injection
CMM	Mode de roulage de préparation d'un changement de mode mécanique
ENP	Mode de roulage neutre en prise
Mei	Machine électrique $i$

**Notations algébriques**

$\mathbb{R}$	Corps des réels
$\mathbb{C}$	Corps des complexes
$K^{p \times m}$	Algèbre des matrices de dimension $(p \times m)$ dans $K$
$I_n$	Matrice identité de dimension $n$
$A^T$	Matrice transposée de $A$
$A^{-1}$	Inverse de $A$
$A^{-T}$	Transposée de l'inverse de $A$
$A^*$	Matrice transconjuguée de $A$
$\lambda_n(A)$	Valeur propre de $A$ d'indice $n$
$\sigma_n(A)$	Valeur singulière de $A$ d'indice $n$
$\underline{\sigma}(A)$	Plus petite valeur singulière de $A$
$\bar{\sigma}(A)$	Plus grande valeur singulière de $A$
$\ G(s)\ _\infty$	Norme $\mathcal{H}_\infty$ d'une matrice de transfert $G(s)$
$\ G\ _2$	Norme euclidienne d'un opérateur $G$
$A_{nm}$	Élément $(n, m)$ de la matrice $A$
$0_{n \times m}$	Matrice nulle de dimension $n \times m$

**Notations véhicule**

$M$	Matrice liant les vitesses des arbres de la transmission
$\omega_{ice}$	Vitesse de rotation du moteur thermique
$\omega_{wh}$	Vitesse de rotation des roues
$\omega_{ei}$	Vitesse de rotation de la machine électrique $i$
$\omega_i$	Vitesse de rotation de l'arbre $i$
$V_{veh}$	Vitesse du véhicule
$T_o$	Couple fourni par le GMP à la roue
$T_{ei}$	Couple fourni par la machine électrique $i$
$T_{ice}$	Couple fourni par le moteur thermique
$T_{dice}$	Couple de perturbation sur l'arbre moteur

---

$T_i$	Couple soumis à l'arbre d'indice $i$
$T_{route/essieu}$	Réponse en couple de la route à la roue
$T_{dwh}$	Forces renvoyées par le milieu extérieur au véhicule, ramenée aux roues
$E_{capa}$	Energie stockée par la capacité filtre
$U_{capa}$	Tension aux bornes de la capacité filtre
$E_{batt}$	Energie stockée par la batterie
$U_{batt}$	Tension aux bornes de la batterie
$P_{elec}$	Somme des puissances fournies par les machines électriques
$P_{DCDC}$	Puissance électrique transitant par le DCDC
$P_{loss}$	Pertes des éléments électriques
$P_{ice}$	Puissance délivrée par le moteur thermique
$P_{wh}$	Puissance délivrée aux roues
$P_{ei}$	Puissance délivrée par la machine électrique $i$
$P_d$	Puissance dérivée, égale au rapport entre $P_{ice}$ et $P_{wh}$
$P_{dei}$	Puissance dérivée par la machine $i$ , égale au rapport entre $P_{ei}$ et $P_{ice}$
$K$	Rapport de vitesse entre le moteur thermique et les roues
$k_i$	Raideur de la liaison $i$
$\mu_i$	Amortissement de la liaison $i$
$b_{ice}$	Coefficient de frottement du moteur thermique
$b_{wh}$	Coefficient de frottement des roues
$b_{ei}$	Coefficient de frottement de la machine électrique $i$
$J_{essieu}$	Inertie de l'essieu
$J_{ice}$	Inertie du moteur thermique
$J_{ei}$	Inertie de la machine électrique $i$
$J_{wh}$	Inertie du véhicule ramenée aux roues
$R_{roue}$	Rayon de la roue
$m_{veh}$	Masse du véhicule



# Chapitre 1

## Introduction générale

### Contexte de l'étude

Ces dernières années ont vu le marché automobile évoluer de manière importante, chahuté par un ensemble de contraintes géopolitiques et environnementales nouvelles. La première contrainte que l'on retiendra est la nécessité de réduire les émissions de gaz dues au transport. Ici, l'enjeu est double : les préoccupations sont tout d'abord sanitaires, et visent à réduire les rejets de gaz nocifs comme les oxydes d'azote ou de micro-particules. Elles ont de plus une dimension planétaire en se focalisant sur les gaz à effet de serre, dont les conséquences sur l'environnement font de moins en moins débat. La seconde contrainte que l'on retiendra est l'augmentation brutale du prix des matières premières, et en particulier de celui du pétrole. Deux points en sont la cause : certaines tensions entre des pays producteurs et consommateurs de pétrole, et la raréfaction prochaine de celui-ci. Pour ces raisons, un des enjeux principaux du marché automobile est aujourd'hui la consommation des véhicules, qui déterminera dans de nombreux cas ses rejets en gaz (ce lien étant quasi direct en ce qui concerne le principal gaz à effet de serre : le  $CO_2$ ).

Plusieurs approches ont été envisagées pour aller en ce sens : l'utilisation de sources d'énergie alternatives (solaire, hydrogène, véhicule électrique), l'optimisation des systèmes actuels, le post-traitement des gaz d'échappement... Une des solutions à moyen terme les plus prometteuses est l'hybridation des groupes motopropulseurs. Par cela, on entend le fait de combiner un moteur thermique classique à une ou plusieurs machines électriques. Un ensemble assez vaste de struc-



tures hybrides, plus ou moins complexes, ont été imaginées, chacune des solutions technologiques apportant un certain nombre d'avantages en termes d'une part de complexité de réalisation et d'autre part de diminution de la consommation. Parmi celles-ci, on distingue une famille dont les architectures sont les plus performantes, mais aussi les plus chères : les architectures mixtes ou à dérivation de puissance<sup>1</sup>.

Les équipes de recherche de Renault SA se sont depuis longtemps intéressées à cette famille de transmissions, en particulier en raison des gains en consommation qu'elles promettent. Dans ce cadre, une architecture a été retenue, nous l'appellerons TIVA (Transmission Infiniment VAriable). Celle-ci est composée d'un moteur thermique et de deux machines électriques, reliés par un ensemble d'éléments mécaniques conférant au groupe moto-propulseur des propriétés intéressantes qui seront détaillées dans ce manuscrit.

Quelle que soit l'architecture hybride considérée, une recherche approfondie doit être menée concernant la loi de commande du système afin d'en tirer les meilleures performances possibles. En effet, sur un véhicule classique, chaque actionneur a un rôle clairement défini : le moteur fournit de la puissance aux roues, tandis que la boîte de vitesse place le moteur thermique sur un point de fonctionnement adapté. Les choses sont souvent nettement plus complexes pour une transmission hybride, puisque les trois actionneurs, à savoir le moteur thermique et les machines électriques, participent tous à la fourniture de la puissance aux roues et à l'obtention d'un régime du moteur thermique satisfaisant, mais aussi dans le cas des hybrides au stockage / déstockage d'énergie électrique. Si ce choix de structure permet d'obtenir une grande flexibilité dans les possibilités de pilotage, elle complexifie d'autant le problème de commande en le rendant pleinement multivariables.

Dans ce cadre, les objectifs du contrôle d'une telle structure sont divers. On retrouve des objectifs classiques du contrôle, comme la nécessité d'avoir un bon asservissement du couple à la roue, du régime du moteur thermique et de la tension de l'élément de stockage d'énergie électrique, tout en étant robuste à diverses perturbations propres aux transmissions. A ces objectifs de commandes classiques,

---

1. Toyota a été un des acteurs principaux du développement de ces technologies, en commercialisant la Prius en 1997.

s'ajoutent des objectifs plus spécifiques à la structure du système considéré. Ainsi, il est nécessaire d'assurer un bon découplage entre ces trois variables. Une loi de commande avec laquelle une demande brusque de couple à la roue aurait des effets néfastes sur la tension de l'élément de stockage est à proscrire. A cela s'ajoutent des contraintes liées à la physique du système : tout d'abord on souhaite solliciter les actionneurs de manière raisonnable, pour ne pas dégrader ni leurs performances ni leur durée de vie, mais il est également nécessaire d'obtenir une loi de commande robuste. Cette dernière propriété est indispensable au vu de la disparité des caractéristiques entre deux véhicules identiques en sortie d'usine, mais aussi en raison des limites de tout modèle à partir duquel on élabore ces lois.

Un des outils modernes d'automatique répond à l'ensemble de ces objectifs : la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Utilisée depuis le début des années 80, elle a aujourd'hui fait ses preuves dans de nombreux domaines, tels que le pilotage de missile ou la gestion d'une centrale de production électrique par exemple. A ce titre, elle fait depuis longtemps partie des axes privilégiés de recherche du département Automatique de Supélec. C'est tout naturellement que les équipes de recherche de Renault se sont tournées vers le département Automatique de Supélec pour co-encadrer la thèse CIFRE (Convention Industrielle de Formation par la REcherche) dont ce rapport est le fruit. Ce travail a débuté en octobre 2005.

### **But de la thèse**

Dans cette mesure, le but de la thèse est principalement méthodologique et applicatif. Le système auquel on s'intéresse étant nouveau, savoir dans quelle mesure un outil de contrôle peut y être appliqué est très enrichissant, aussi bien pour le concepteur du système, que pour une personne s'intéressant de près à l'outil de synthèse. Puisque nous souhaitons valider une méthode pour l'ensemble des transmissions hybrides, plusieurs devront être étudiées. Nous pourrons ainsi évaluer dans quelle mesure notre démarche est réutilisable.

Il s'avère que plusieurs points durs sont à étudier lors du contrôle d'un véhicule hybride. Tout d'abord la question de la structure de la loi de commande est à traiter. Celle-ci peut en effet être déterminante pour les performances apportées

par la loi de commande. D'autre part, un système destiné à un marché aussi complexe que celui de l'automobile est souvent soumis à un cahier des charges précis et contraignant. Sa prise en charge est un point crucial.

Ensuite, on s'aperçoit rapidement que le système en question est non-linéaire. Il est toutefois possible de l'aborder dans le cadre des systèmes linéaires à paramètres variants (systèmes LPV). Les méthodes de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  sont particulièrement bien adaptées à ce type de systèmes. Un certain nombre d'études sur de tels systèmes ont été menées par le département Automatique de Supélec. Cette propriété du système nous pousse à faire un choix : il est en effet possible de contrôler celui-ci en synthétisant soit un correcteur linéaire et invariant (LTI) valable pour toute la plage de variations des paramètres, soit un correcteur prenant en compte la variation des paramètres, à savoir un correcteur LPV.

Plusieurs outils permettent d'évaluer les performances apportées par les deux approches : analyse de la robustesse de la stabilité du système LPV et de ses performances, et simulations sur un modèle plus ou moins complexe. Les résultats apportés permettront éventuellement de statuer sur l'efficacité de chacune des méthodes, en relation avec le cahier des charges. D'autre part, ils permettront de valider un correcteur en vue de le tester sur le système réel, à savoir un prototype du système TIVA conçu par Renault. Néanmoins, malgré toutes les études théoriques effectuées et vue la complexité de ce type d'architectures, seuls des essais sur le système réel nous permettront de statuer sur l'efficacité d'une méthode.

## Organisation du document

Le rôle du second chapitre de cette thèse sera de présenter le contexte de l'étude. Plusieurs aspects y seront abordés, en commençant par la description du marché automobile actuel, et en particulier des contraintes nouvelles qui l'ont fait évoluer. Nous verrons ainsi quelles peuvent être les solutions à un problème de tout premier ordre : la réduction des émissions de gaz à effet de serre dans le domaine du transport. Ceci nous amènera à présenter un historique rapide de la propulsion électrique et hybride, en faisant apparaître les caractéristiques principales de ces technologies. Les organes en jeu, ainsi que les configurations physiques et le type

---

de prestations attendues d'un hybride seront alors énumérés.

Une fois ces aspects acquis, nous nous intéresserons dans le chapitre 3 à un ensemble de véhicules hybrides qui ont été commercialisés ou qui sont à l'étude. Nous attacherons alors de l'importance à choisir un véhicule parmi chacune des familles d'hybrides. Tout d'abord, l'organisation globale du contrôle sera expliquée, ainsi que ses enjeux. Ensuite, le modèle de ces systèmes sera réalisé pour enfin converger vers un modèle unique et générique, commun à tous ces véhicules hybrides. Un tel modèle sera garant de la transversalité des outils que nous verrons par la suite.

Dans le chapitre 4, nous nous intéresserons à l'architecture qui a été prise comme exemple dans cette thèse, à savoir le système TIVA de Renault. Une étude plus fine du modèle du système sera alors réalisée, en adoptant une vision plus automatique que précédemment. De plus, une structure de la loi de commande sera proposée, à partir d'une des caractéristiques du système. Celle-ci présente de nombreux avantages, en se basant sur le découplage des comportement moteur et boîte de vitesse du système, que l'on retrouve sur un véhicule classique.

Le cinquième chapitre aura pour but principal de poser les enjeux du contrôle dans le but de statuer sur les outils à mettre en oeuvre pour la réalisation d'une loi de commande. Dans cette optique, nous verrons tout d'abord quel cadre d'étude, au sens automatique du terme est le plus adapté à notre système. Nous serons naturellement amenés à considérer un modèle LPV de TIVA. Cela nous permettra de mettre en place une méthodologie de synthèse de la loi de commande. Les outils nécessaires et l'ordonnancement de leur utilisation seront alors décrits. Dans un second temps, le cahier des charges qui peut être soumis à ce type de transmissions sera précisé.

Les caractéristiques du système, ainsi que le cahier des charges, nous oriente vers l'utilisation de méthodes de synthèse multivariables capables de garantir de bonnes propriétés de robustesse, et en particulier de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Cet outil sera présenté dans le chapitre 7. D'une part, nous verrons son application au système dans le but d'obtenir un correcteur LTI, pourvu que celui-ci soit assez robuste pour satisfaire le cahier des charges, y compris lorsque le système varie (rappelons que le

système est LPV). Ensuite, nous verrons que la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  est particulièrement adaptée à la synthèse d'une loi de commande LPV. L'embarcabilité d'une loi de commande étant primordiale dans le milieu industriel, et a fortiori dans le monde de l'automobile, nous nous pencherons sur la réduction des correcteurs obtenus.

Au chapitre 8, nous présenterons un ensemble d'outils permettant d'évaluer une loi de commande et ainsi de vérifier si elle satisfait ou non le cahier des charges. Des outils théoriques, étendus au cas des systèmes LPV, seront tout d'abord présentés : théorème de Lyapunov et analyse quadratique des performances. Une extension graphique de ce dernier outil permettra d'affiner les résultats et ainsi de mieux caractériser le comportement des lois de commande. Ensuite, des outils et des résultats de simulations seront détaillés. Au vu de l'ensemble des conclusions issues de ces outils, nous serons en mesure de dire si une des approches permet de satisfaire le cahier des charges.

Dans le dernier chapitre, l'ensemble des contraintes d'implantation d'un correcteur sera balayé : structure logicielle adoptée, discrétisation et initialisation du correcteur. Nous pourrons alors tester une loi de commande en temps réel sur un prototype de TIVA. Enfin, les résultats seront interprétés, ce qui permettra de conclure à la faisabilité des solutions proposées.





## Chapitre 2

# Contexte industriel

### Contents

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>2.2</b>	<b>Contexte actuel du marché automobile . . . . .</b>	<b>29</b>
2.2.1	Contexte environnemental . . . . .	29
2.2.2	Normes et législation . . . . .	31
2.2.3	Evolution du marché automobile . . . . .	34
<b>2.3</b>	<b>Histoire des véhicules électriques et hybrides . . . . .</b>	<b>38</b>
2.3.1	Les premiers pas de la propulsion électrique . . . . .	38
2.3.2	Des années 60 à nos jours . . . . .	42
<b>2.4</b>	<b>Caractéristiques des architectures hybrides . . . . .</b>	<b>45</b>
2.4.1	Organes caractérisant un véhicule hybride . . . . .	46
2.4.2	Classification des véhicules hybrides . . . . .	56
2.4.3	Prestations offertes par les véhicules hybrides . . . . .	60
<b>2.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>63</b>

---





## 2.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter les éléments nécessaires à la compréhension du contexte de l'étude. Tout d'abord, nous verrons le contexte actuel du marché automobile, à savoir les normes à respecter par les constructeurs, ainsi que les attentes des consommateurs. Ceci nous conduira à parcourir l'histoire des véhicules électriques et par extension hybrides, qui fera ressortir les points qui sont déterminants pour leur viabilité commerciale. Enfin, nous verrons que sous la dénomination "hybride" se cache un ensemble de structures, chacune pourvue de qualités et de défauts.

## 2.2 Contexte actuel du marché automobile

Aujourd'hui, le marché automobile est contraint de manière complexe par plusieurs facteurs. Les contraintes sont tout d'abord liées aux propriétaires de véhicules : ces derniers veulent un véhicule performant et si possible peu polluant tout en satisfaisant leurs exigences de confort et de budget. D'autre part, un certain nombre d'autorités nationales et internationales, poussées par les lobbies écologiques et la prise de conscience des personnes au sein de nombreux pays, élaborent des normes de plus en plus restrictives pour le marché automobile. A cela s'ajoutent des contraintes économiques fortes comme l'augmentation durable du prix des matières premières et notamment du baril de pétrole.

### 2.2.1 Contexte environnemental

La fin du  $XX^{\text{ème}}$  siècle fut marquée par une prise de conscience sur l'importance de préserver l'environnement. Ainsi, la lutte contre tout type de pollutions est devenue un argument de vente. Ces pollutions sont majoritairement perçues de deux manières : celles influant directement sur la santé des personnes et celles mettant en péril le climat ou l'environnement. Pour comprendre les attentes d'un client désirant acheter un véhicule ainsi que les différentes législations encadrant sa commercialisation, il convient de voir un ensemble de faits, ainsi que les hypothèses formulées par les climatologues.

#### 2.2.1.1 *Problématique climatique*

En ce qui concerne le climat, la grande majorité des spécialistes est pessimiste et active régulièrement la sonnette d'alarme dans le but de modifier nos compor-

tements. Ils appuient leurs craintes sur les faits suivants :

- la hausse des températures moyennes à la surface du globe. Celles-ci ont anormalement augmenté d'un degré au cours du  $XX^{\text{ème}}$  siècle.
- la fonte des glaciers et de la banquise. De nombreuses études montrent un recul net des glaces, à la fois au sein des grands massifs montagneux et des banquises.
- l'augmentation du niveau de la mer.
- l'accélération de l'occurrence de phénomènes climatiques violents, tels que des cyclones ou des tempêtes. On mesure également une augmentation de la fréquence des phases de sécheresse dans certaines régions du globe.

Les spécialistes convaincus de la corrélation entre ces dérèglements et l'activité humaine pensent que cela est dû au rejet dans l'atmosphère de gaz à effet de serre, en particulier de  $CO_2$ . Ceci aurait pour effet mécanique d'augmenter la température terrestre et alors de dérégler le climat. Cette thèse est appuyée par le fait que les courbes d'évolution de la teneur en  $CO_2$  dans l'atmosphère et de température de la surface terrestre, sont intimement liées sur le dernier millénaire. Selon un rapport du GIEC, le groupement d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat, la probabilité que le réchauffement climatique soit dû à l'activité humaine est supérieure à 90% (voir [GIE07]). L'augmentation brutale de cette température au  $XIX^{\text{ème}}$  et  $XX^{\text{ème}}$  siècles serait une conséquence directe de l'activité industrielle humaine mais aussi des transports.

Les modèles de prévision élaborés par les spécialistes avançant cette thèse dégagent des perspectives alarmantes pour la Terre. Ils prévoient en effet une accélération de l'augmentation des températures, une hausse massive du niveau de la mer et de nombreuses épisodes de sécheresse ou de tempête.

Il est toutefois important de noter que cette thèse est contestée par certains climatologues. Ces derniers soutiennent qu'une telle évolution pourrait être le fruit des fluctuations de l'activité solaire ou remettent en cause les protocoles suivis dans de nombreuses études.

Un des principaux gaz à effet de serre rejetés dans l'atmosphère est le  $CO_2$ . Dans cette mesure, la part d'émission de gaz à effet de serre imputée au secteur du transport est importante. A titre d'exemple, elle est évaluée à 25% en France.

#### 2.2.1.2 *Problématique sanitaire*

D'autres problèmes sont engendrés par la pollution de l'air, imputée à l'activité humaine et en partie au secteur des transports. Les gaz incriminés ne sont plus à effet de serre mais nocifs puisque présents dans l'air que l'on respire. Ces gaz sont principalement les précurseurs de l'ozone ou  $NO_x$ , et le monoxyde de carbone  $CO$ . Les  $NO_x$  sont en fait les monoxyde et dioxyde d'azote  $NO$  et  $NO_2$ . Ici, ni la provenance de ces gaz ni leur effet négatif sur la santé ne sont discutés. En milieu urbain, une part importante de ces gaz est rejetée par les véhicules à moteur. Les conséquences du rejet de tels gaz dans l'atmosphère sont importantes : d'une part elles sont la source de problèmes respiratoires chez l'homme, et d'autre part elles compromettent l'équilibre de certains écosystèmes.

Il faut également noter l'importance des microparticules dans la pollution engendrée par les véhicules à moteur. Ce sont principalement des suies, particules cancérogènes riches en carbone, résidus de combustions incomplètes (rejet de moteurs Diesel, ou de l'activité industrielle, du chauffage au bois résidentiel). Ces microparticules se logent dans les poumons et génèrent elles aussi des problèmes respiratoires.

### 2.2.2 Normes et législation

Poussées par de forts lobbies écologiques et par une demande globale de la population, plusieurs autorités ont pris des mesures obligeant ou incitant les constructeurs à produire des véhicules moins polluants. Elles peuvent être de deux natures : la mise en place de normes rendant obligatoire le respect d'un cahier des charges, et les incitations financières. De telles mesures ont été prises à la fois au niveau international comme les normes Euro I jusqu'à Euro V au sein de la Communauté Européenne, ou plus localement comme les incitations financières en France.

#### 2.2.2.1 *Incitation par la mise en place de normes*

Au niveau européen, plusieurs normes ont été prises afin de limiter les émissions de gaz polluant. Elles imposent des limites sur les rejets de  $NO_x$ , de  $CO$ , d'hydro-

carbures et de microparticules. Ces limites sont propres au carburant consommé par le véhicule : essence ou diesel. La première norme concerne les véhicules mis en service après 1993 : c'est la norme Euro I. Par la suite, de nouvelles normes sont régulièrement apparues et la norme en vigueur en 2008 est Euro IV. Celle-ci sera encore durcie en 2009 par la norme Euro V, puis en 2014.

Les figures 2.1 et 2.2 présentent l'évolution des normes européennes pour les véhicules particuliers essence et diesel. Les contraintes que représentent ces normes pour les constructeurs sont très fortes et évoluent vite. Elles s'avèrent très efficaces puisque les premières conséquences de ces normes sur la qualité de l'air en milieu urbain sont mesurables.

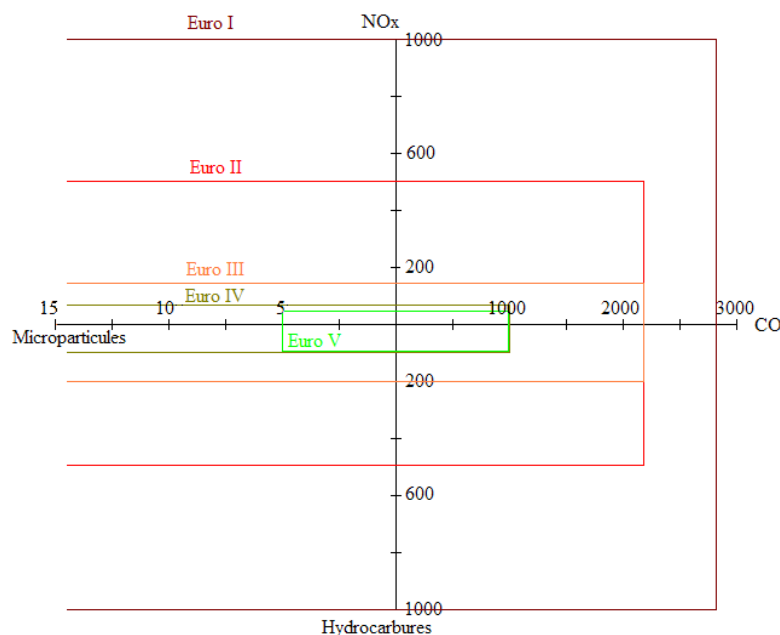


FIGURE 2.1 – Normes Euro I, II, III et IV pour les moteurs à essence en mg/km

Des normes du même type ont été adoptées au sein d'autres administrations, notamment au Japon et aux Etats-Unis. Les niveaux de restriction de ces deux jeux de normes sont globalement du même ordre que ceux fixés par la Communauté Européenne. La seule différence significative est le taux de *CO* rejeté autorisé aux Etats-Unis qui est plus élevé qu'en Europe ou au Japon. En contrepartie, un effort

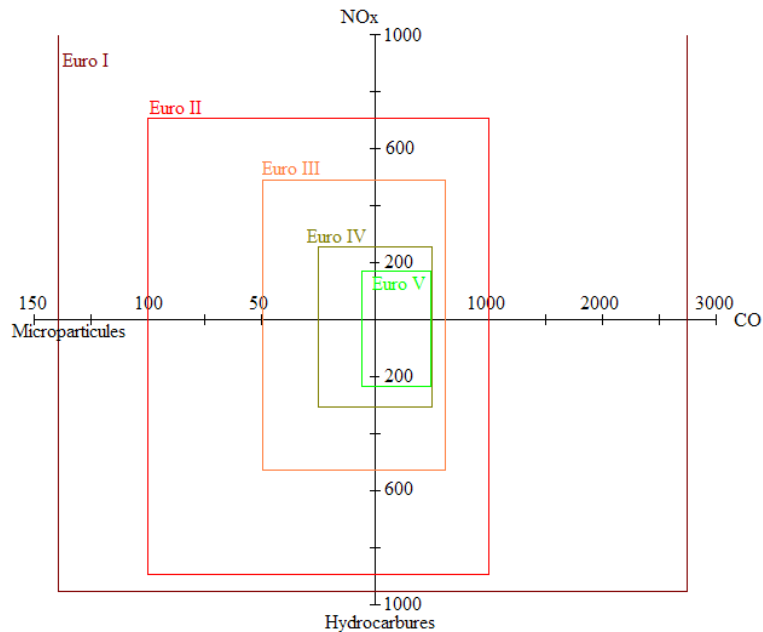


FIGURE 2.2 – Normes Euro I, II, III et IV pour les moteurs Diesel en mg/km

très important est réalisé en Californie, qui est devenu le leader mondial de la lutte contre la pollution automobile dans le monde.

#### 2.2.2.2 Incitation par l'octroi de subventions

Le deuxième moyen pour inciter les constructeurs automobiles à produire des véhicules moins polluants est l'octroi de subventions. En facilitant l'accès à une certaine classe de véhicules, on oriente naturellement les ventes vers celle-ci. De telles mesures ont été adoptées par plusieurs administrations. Par exemple, on peut citer le système de bonus / malus instauré en France au 1<sup>er</sup> janvier 2008. Ce système a pour but de diminuer le rejet moyen en  $CO_2$  des véhicules vendus. Pour cela, un bonus est perçu par un acheteur de véhicule peu polluant en terme de  $CO_2$  (1000 euros pour moins de  $100g/km$  de  $CO_2$ , 700 euros entre 101 et  $120g/km$  et 200 euros entre 121 et  $130g/km$ ). En contrepartie un malus est appliqué pour les véhicules plus polluants (200 euros entre 161 et  $165g/km$ , 750 euros entre 166 et  $200g/km$ , 1600 euros entre 201 et  $250g/km$  et 2600 euros après  $251g/km$ ). En principe, l'argent obtenu par le paiement de malus devrait financer les bonus.

### 2.2.3 Evolution du marché automobile

#### 2.2.3.1 *Evolution des attentes des conducteurs*

Depuis plusieurs années, deux phénomènes tendent à faire évoluer le marché de l'automobile. C'est d'une part la prise de conscience sur l'environnement, que nous avons vue précédemment, et d'autre part l'augmentation du prix des carburants. C'est dans ce contexte que s'est lancée une véritable chasse aux grammes de  $CO_2$  par kilomètre chez les constructeurs automobiles. Il est intéressant de noter que le taux de  $CO_2$  rejeté est intimement lié à la consommation du véhicule, qui est devenue un des premiers arguments de vente des constructeurs. Tout un ensemble de solutions a donc été envisagé allant de l'optimisation de l'injection jusqu'à la conception de véhicules électriques, en passant par l'étude de transmissions hybrides.

Il existe toutefois deux types de comportements. Certains conducteurs suivent une logique uniquement économique. Dans ce cas, une baisse de la consommation n'est intéressante que si le surcoût du véhicule est vite amorti. A l'inverse, un conducteur dont le but est de préserver l'environnement cherchera la moindre baisse de consommation, pourvu que le surcoût soit raisonnable. Il existe une seconde différence importante entre ces deux types de conducteurs. En effet, le premier a pour seul but la réduction de ses dépenses de carburant et donc de sa consommation. Pour le second, le rejet de  $CO_2$  est un point essentiel, mais au même titre que les rejets de  $NO_x$ , de  $CO$  ou de microparticules.

Comme nous l'avons évoqué, des solutions diverses ont été imaginées pour aller dans ce sens. Elles peuvent être classées en trois catégories : celles qui font déjà partie de la norme, celles qui se développent fortement et celles qui n'ont pas encore été commercialisées à grande échelle.

#### 2.2.3.2 *Solutions largement répandues*

Certaines solutions pour réduire la consommation ainsi que le rejet de produits nocifs sont aujourd'hui pérennes. On peut tout d'abord citer les efforts qui ont été faits au niveau de l'injection de carburant dans le moteur. L'utilisation de turbo-compresseurs, de l'injection directe ou de la réinjection partielle de gaz d'échappement a considérablement accru les performances des moteurs diesel. Avec

un peu de retard, des efforts similaires sont actuellement viables pour les moteurs à essence. Ces systèmes permettent une combustion complète (du moins plus aboutie) des gaz. Ceci a pour effet d'une part de réduire la consommation, et d'autre part de limiter les rejets de gaz nocifs.

Une deuxième solution, aujourd'hui largement répandue, est le filtre à particule. Il s'agit d'un organe situé sur la ligne d'échappement, et dont le rôle est d'arrêter les microparticules. Celles-ci s'accumulent dans le filtre et ont tendance à le boucher : il faut donc régulièrement le régénérer. Afin d'éviter de compliquer la maintenance du véhicule, ceci est fait régulièrement et de manière automatique : lorsque le filtre est plein, la température de celui-ci augmente ce qui a pour effet de brûler les particules. Elles peuvent alors être rejetées dans l'atmosphère.

Enfin, de gros efforts ont été réalisés sur la composition des carburants. Celle-ci joue un rôle important dans la combustion et notamment sur les gaz rejetés. Leur élaboration est le résultat d'une équation complexe prenant en compte les conditions climatiques, les normes à respecter et le prix de revient. En jouant sur les indices d'octane ou de cétane, sur leur teneur en soufre ou sur leur volatilité, il est possible de diminuer significativement la pollution engendrée par un véhicule.

### 2.2.3.3 *Solutions en fort développement*

Certaines solutions sont apparues il y a quelques années et prennent une place de plus en plus importante sur le marché de l'automobile. On peut tout d'abord citer les agrocarburants. Ces carburants de substitution sont élaborés à partir de végétaux. On citera d'une part le bioéthanol, substitut à l'essence, synthétisé à partir de betteraves ou de cannes à sucre. En France et en 2008, il est incorporé à hauteur de 9% dans l'essence commerciale et est proposé sous forme de E85 (85% de bioéthanol et 15% d'essence). D'autre part, on synthétise du diester à partir d'huiles végétales (comme le colza ou le tournesol). Il est déjà incorporé à 7% dans le diesel pour véhicules particuliers et parfois utilisé à 30% pour des flottes captives (bus, poids lourds...).

Dans les deux cas, il faut que le groupe moto propulseur soit modifié pour permettre l'utilisation d'agrocarburant. Toutefois, ces modifications sont mineures et



concernent principalement l'injection. Il faut également noter que le rendement des moteurs est sensiblement diminué par l'utilisation de ces carburants. Pour cette raison, le bilan global des agrocarburants en terme de  $CO_2$  est discuté. D'autant plus que les cultures qu'ils engendrent entrent en compétition avec les cultures nourricières et chahutent le marché céréalier. Beaucoup comptent actuellement sur une nouvelle génération d'agrocarburants pour résoudre ces problèmes. Ils seraient synthétisés non plus à partir de sucre ou d'huile mais de la cellulose des plantes. Cela permettrait d'augmenter le rendement d'un champ dédié aux agrocarburants et d'utiliser d'autres types de végétaux (paille, broussailles...).

Les groupes moto-propulseurs hybrides représentent une autre solution efficace pour réduire la consommation d'un véhicule. Plusieurs véhicules hybrides ont été lancés avec plus ou moins de succès, mais le fer de lance de cette technologie est la Toyota Prius. La particularité de ce type de transmissions est le fait qu'elles comportent un moteur thermique classique associé à une ou plusieurs machines électriques. Leur structure permet de tirer partie de ces deux moyens de propulsion : la puissance et l'autonomie d'un moteur thermique d'une part, la faculté de récupérer de l'énergie et l'absence de consommation à l'arrêt des machines électriques d'autre part. Les spécificités de ce type de transmissions seront détaillées par la suite.

#### **2.2.3.4 *D'autres solutions pour demain ?***

Il existe un ensemble d'autres systèmes permettant de rendre un véhicule moins polluant. Le véhicule électrique en est un. Cette solution est relativement simple à mettre en oeuvre : elle est composée d'une machine électrique permettant au véhicule d'atteindre certaines performances et de batteries assurant son autonomie. Comme nous le verrons par la suite, plusieurs tentatives de commercialisation ont eu lieu sans succès. La viabilité commerciale de ces véhicules est majoritairement compromise par leur autonomie. La clé de la réussite d'un véhicule électrique passe donc en grande partie par la qualité des batteries dont il est pourvu. Cette solution est envisageable à court terme puisque certains constructeurs (Renault) ont lancé des programmes devant aboutir vers 2011.

D'autres structures sont envisageables à plus long terme. La première est la pile à combustible (voir la figure 2.3, ou le document [Rom07]). Il s'agit d'un moyen

de générer de l'électricité au sein du véhicule dans le but d'actionner une ou plusieurs machines électriques. Ceci se fait grâce à l'oxydation sur une électrode d'un combustible réducteur (par exemple le dihydrogène  $H_2$ ) couplée à la réduction sur l'autre électrode d'un oxydant, tel que le dioxygène de l'air. Globalement, un tel véhicule consomme du dihydrogène et rejette de l'eau. Il y a deux facteurs limitant la viabilité de ces moyens de propulsion. Tout d'abord il n'est pas anodin de stocker du dihydrogène sous pression à bord d'un véhicule. D'autre part, il n'y a pas de dihydrogène à l'état naturel sur terre, il faut donc le produire. Or une telle production est très gourmande en énergie et demande la mise en place d'infrastructures lourdes.

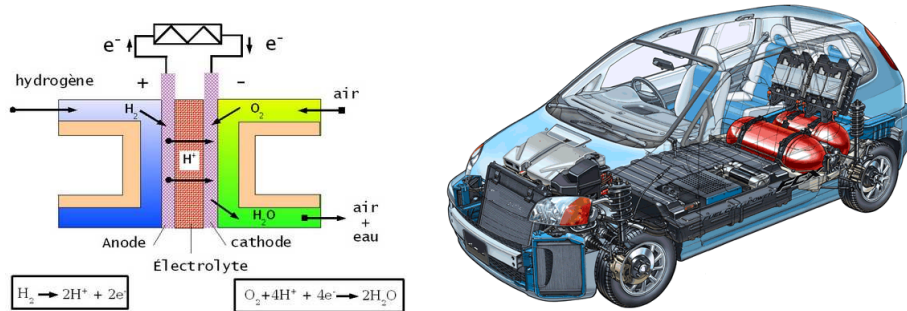


FIGURE 2.3 – Schéma de fonctionnement et exemple d'implantation d'une pile à combustible et du moyen de stockage d'hydrogène

Un second moyen de propulsion envisageable à long terme est l'utilisation de l'énergie solaire (voir la figure 2.4). De tels véhicules sont recouverts de cellules photovoltaïques alimentant une ou plusieurs machines électriques.



FIGURE 2.4 – Exemple de prototype de véhicule solaire

## 2.3 Histoire des véhicules électriques et hybrides

Depuis près d'un siècle, les véhicules à propulsion dite thermique, dont la source de puissance est un moteur à explosion, ne subissent guère de concurrence. Pour répondre à des attentes en terme de consommation et de pollution, les constructeurs automobiles ont plusieurs fois tenté de commercialiser des véhicules alternatifs, mais sans succès. Le moteur thermique est resté une référence indétrônable, en partie grâce à son autonomie. Mais il n'en a pas toujours été ainsi. Par exemple, le premier véhicule à avoir atteint la vitesse de  $100\text{km/h}$  était mu par un moteur électrique : c'est la fameuse "jamais contente" en 1899 dont une photo est donnée sur la figure 2.5. Dans cette mesure, il est intéressant de voir pourquoi et comment le concept de véhicule électrique est longtemps resté un rêve d'ingénieur.



FIGURE 2.5 – La Jamais Contente

De nombreux articles donnent une vue globale de l'histoire des véhicules électriques et hybrides, en faisant apparaître un ensemble de découvertes ou de dates clés. Cette partie s'appuie sur plusieurs livres dont on citera [CC01, Hus03, LL03].

### 2.3.1 Les premiers pas de la propulsion électrique

Jusqu'en 1830, le seul moyen motorisé de propulsion était la machine à vapeur. Cette technologie participa massivement à la première révolution industrielle. Elle permit notamment la conception des premiers véhicules motorisés, tels que les locomotives, donnant une nouvelle dimension aux moyens de transport. Deux

principales découvertes ont permis la conception de véhicules mus par une autre énergie : l'électricité. La première est l'invention en 1800 par Alessandro Volta de la pile portant son nom (voir la figure 2.6). La pile Volta est composée d'une succession de disques de deux métaux différents séparés par des disques de feutre, imbibés d'acide. Celle-ci est le premier système permettant le stockage de l'énergie électrique et donc son embarcabilité. D'autre part, on note la découverte de l'électromagnétisme par Hans-Christian Oersted en 1821, qui fut suivie par les premiers travaux sur les forces électromagnétiques par Michael Faraday. En 1821, ce dernier fit tourner un aimant dans une spire alimentée en courant, ce qui sera repris en 1923 par Peter Barlow qui conçoit le premier moteur électrique (voir la figure 2.7). Il permet de convertir de l'énergie électrique en mouvement rotatif.



FIGURE 2.6 – Alessandro Volta et la pile Volta

Suite à ces avancées majeures, plusieurs ingénieurs ont développé les premiers véhicules électriques, non rechargeables, au cours des années 1830 :

- 1833 : T. Davenport (USA), locomotive électrique miniature qui est le premier véhicule électrique ;
- 1834 : M. Jacobi (St Petersburg), bateau électrique dont la puissance atteint

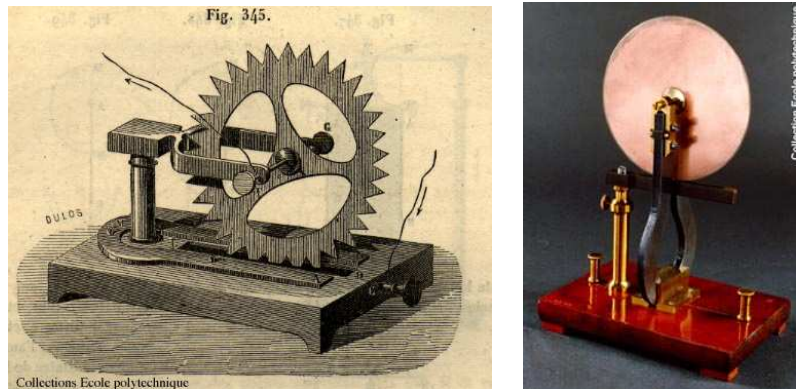


FIGURE 2.7 – Dessin et photo du moteur Barlow

- 1 cheval ;
- 1835 : Prof. Stratingh (Hollande), tricycle avec pile Volta ;
- 1837 : R. Davidson (Aberdeen, USA), locomotive électrique de 5 tonnes qui atteint les  $6\text{km/h}$ .

A partir de cette date, les moyens de stockage de l'énergie électrique (batteries) et de conversion (machines électriques) vont être perfectionnés. En 1859, une découverte va permettre d'accroître les performances des véhicules électriques : c'est la batterie au plomb par Gaston Planté (chercheur belge). Son principal avantage est le fait qu'elle est rechargeable. Elle est composée de plaques de plomb immergées dans l'acide sulfurique. Les performances des machines électriques se sont quant à elles accrues par les travaux de Z. E. Gramme et des frères Siemens. Ainsi, ces derniers montent en collaboration avec Johann Georg Halske le premier système électriquement motorisé rechargeable : un tramway de 23 chevaux pouvant transporter 26 personnes à  $6\text{km/h}$  (voir la figure 2.8).

Il a fallu attendre 1881 pour voir la première voiture électrique (rechargeable). C'est un tricycle équipé de batteries Planté et de deux moteurs Siemens. Réalisé par G. Trouvé, chercheur français, il était en mesure d'aller à  $12\text{km/h}$ . En 1882, W. Ayrton et J. Perry développèrent un véhicule similaire, de 0,5 chevaux et allant à  $14\text{km/h}$ . A titre de comparaison, le premier véhicule propulsé par un moteur à combustion interne fut réalisé en 1885 par C. Benz. Il s'agissait également d'un tricycle.



FIGURE 2.8 – Tramway de J.G. Halske

A partir de ce moment, fut développé un ensemble de véhicules électriques au sein de nombreux pays industrialisés, et en 1900, 38% des véhicules vendus sont propulsés électriquement (contre 40% à vapeur et 22% à essence sur 4200 voitures vendues).

Le début du 20<sup>ème</sup> siècle sera marqué par un rapide développement des véhicules électriques et une course aux performances entre ces voitures et celles équipées d'un moteur à combustion interne. L'évolution des performances des voitures électriques est jusqu'aux années 1910 similaire à celle des voitures thermiques (voir le tableau 2.1).

Le dénouement de la compétition entre ces deux types de propulsion se soldera par l'arrêt complet du développement des véhicules électriques dans les années 1920. Plusieurs raisons expliquent ce déclin :

- Tout d'abord, l'invention en 1911 du starter, rendant plus facile la mise en marche des moteurs thermiques, va aider leur développement.
- Ensuite, on peut citer les efforts considérables de production en masse de

Date	Modèle / inventeur	Description	Vitesse (km/h)	Autonomie (km)	Puissance (Chevaux)
1881	G.Trouve (Fr)	Tricycle	12	-	0.1
1882	Ayrton/Perry (GB)	Tricycle	14	30	0.5
1897	Krieger (Fr)	Voiture hybride	24	80	-
1900	BGS (Fr)	Voiture élec.	64	160	-
1964	GM Electrovair	Voiture élec. idem à chevy corvair	130	130	115
1997	Toyota Prius	Hybride, machine à aimants perm.	160	500	78(el.) +68(th.)

TABLE 2.1 – Performance de quelques véhicules électriques et hybrides

voitures réalisés par Henri Ford, faisant passer le prix de ses véhicules thermiques de 850\$ en 1909, à 260\$ en 1925, ce qui les rendit nettement moins chers que les véhicules électriques (1000 à 1500\$ à cette époque).

- Il faut aussi noter que les zones rurales n'avaient pas accès à l'électricité, tandis que les hydrocarbures y étaient transportables.
- Autre avantage pour les véhicule à essence : leur "temps de charge" d'une minute environ pour faire un plein contre plusieurs heures pour recharger une batterie.
- Enfin, une raison majeure est l'énergie spécifique<sup>1</sup> des deux types de réservoirs d'énergie. En ce qui concerne l'essence, un kilogramme permet de générer  $7020kJ$ , contre  $97kJ$  pour une batterie au plomb d'un kilogramme.

Moins chers, plus simples d'utilisation et plus facilement rechargeables, ils s'imposent ainsi face aux véhicules électriques.

## 2.3.2 Des années 60 à nos jours

### 2.3.2.1 Les années 60 et 70 : le renouveau

Il faudra ensuite attendre les années 60 pour revoir des projets industriels de véhicules électriques. La principale raison à cela est l'émergence de préoccupations environnementales au sein des populations industrialisées. Plusieurs grands groupes comme Ford ou General Motors (GM) réinvestissent dans des programmes de recherche. Ils donnèrent par exemple naissance à une série de prototypes réalisés par GM : les electrovairs et electrovans (voir la figure 2.9). Certains des véhicules

1. elle représente l'énergie contenue par kilogramme de matière. Les chiffres qui sont donnés tiennent compte du rendement du moteur (proche de 20% pour le moteur thermique et de 90% pour une machine électrique).

ainsi développés présentaient les mêmes performances qu'un véhicule thermique de l'époque. Toutefois leur autonomie était moindre (environ 100 *km*) et les batteries prenaient la quasi totalité du volume du coffre.



FIGURE 2.9 – Photos d'une Electrovairstar, avec ses batteries dans le coffre

D'autres projets ont vu le jour : la Enfield 8000 et la Ford Comuta (voir les figures 2.10 et 2.11). Malgré ces efforts, les véhicules électriques n'étaient toujours pas commercialement viables à la fin des années 60, en raison de leurs problèmes inhérents d'autonomie.



FIGURE 2.10 – Photos d'une Enfield 8000

Le début des années 70 est marqué par le premier choc pétrolier, qui se traduit par l'augmentation brutale du prix des carburants. Suite à cela, de nombreux gouvernements prennent des mesures incitant au développement de véhicules électriques, mais la technologie ne suit toujours pas. Encore une fois, ceci est dû au manque d'autonomie des véhicules. On peut toutefois noter que de nombreux constructeurs réalisèrent des prototypes et tentèrent parfois de les commercialiser,





FIGURE 2.11 – Photos d'une Ford Comuta

mais sans résultat.

### 2.3.2.2 *Des années 80 à nos jours : développement de plusieurs modèles*

Au début des années 80, l'arrivée sur le marché de nouveaux composants tels que des transistors performants, permet la réalisation de modules de commande plus efficaces. Suite à cela, plusieurs grands groupes ont pu développer des véhicules électriques et hybrides, et diversifier les possibilités de structure. En effet, certaines architectures complexes de groupe moto-propulseurs permettent d'accroître les performances du véhicule. En contrepartie, elles demandent la mise en place de lois de commande efficaces, intégrées calculateurs. Il faut toutefois attendre les années 90 pour que certains de ces projets voient le jour.

Dans la plupart des cas, ces véhicules n'ont pas été en vente sur une longue période, pour des raisons commerciales. Par exemple, les véhicules électriques suivants ont été commercialisés : GM EV1, Ford Think City, Toyota RAV4, Nissan Hypermini et Peugeot 106 électrique (voir la figure 2.12).

Pour l'instant aucune voiture électrique n'a été vendue en grande quantité, en raison des performances trop justes de ces véhicules. C'est pourquoi plusieurs constructeurs se sont tournés vers les technologies hybrides. De tels véhicules ont un groupe moto-propulseur comportant à la fois un ou plusieurs moteurs électriques et un moteur thermique. Plusieurs de ces véhicules sont commercialisés et prennent une part non négligeable des ventes, notamment au Japon et aux Etats-Unis. Parmi ces modèles, on peut citer la Toyota Prius et la Honda Insight (voir la figure 2.13).



FIGURE 2.12 – Photos de deux GM EV1, d'une Ford City Think et d'une Nissan Hypermini

Seule l'augmentation des volumes de ventes des véhicules hybrides et purement électriques permettra de baisser les coûts de revient et ainsi de leur donner une place significative sur le marché automobile.



FIGURE 2.13 – Photos d'une Toyota Prius et d'une Honda Insight

## 2.4 Caractéristiques des architectures hybrides

Derrière le concept de véhicule hybride, se cache un ensemble vaste d'architectures mécaniques. Le principe de base est l'association d'au moins deux énergies parmi : l'électricité, l'essence (ou le gasoil), l'énergie solaire, l'hydrogène ( $H_2$ ), le GPL (gaz de pétrole liquéfié)... Dans cette étude, on ne s'intéressera qu'au couple électricité / essence (ou électricité / gasoil) qui est la solution la plus étudiée et la seule commercialisée. Par abus de langage, on désignera donc par hybride un véhicule propulsé par un moteur à explosion en association à une ou plusieurs machines électriques.

Pour étudier la structure de ces transmissions, il est utile de connaître l'ensemble des organes pouvant la composer. Nous verrons les différents types de moteurs thermiques, de machines électriques, de batteries ou d'éléments mécaniques. Cette connaissance nous permettra de classer les architectures hybrides selon deux critères : leur composition et leurs prestations.

### 2.4.1 Organes caractérisant un véhicule hybride

Les éléments susceptibles de composer une transmission hybride sont :

- un moteur à combustion interne (ou thermique),
- une ou plusieurs machines électriques,
- des réducteurs ou des trains épicycloïdaux,
- un variateur,
- un élément de stockage de l'énergie électrique (souvent une batterie),
- des éléments d'électronique de puissance (redresseurs, onduleurs...).

Pour chacun de ces éléments, plusieurs technologies existent et ont différents avantages. Leur choix est déterminant lors de la conception d'un groupe motopropulseur hybride. Des qualités de ces éléments vont en partie découler celles du véhicule. L'ensemble de cette partie s'appuie également sur les ouvrages [CC01, Hus03, LL03].

#### 2.4.1.1 Moteur thermique

Que ce soit au sein d'un véhicule classique ou d'un hybride, l'organe qui fournit de l'énergie à la transmission est le moteur thermique. Son rôle est de transformer l'énergie contenue dans le carburant en énergie mécanique. Celle-ci sera, après un ensemble de transformations, transmise aux roues pour propulser le véhicule. Son principal avantage est son autonomie (typiquement 1000km pour un véhicule classique).

Il existe plusieurs types de moteurs à combustion interne, mais sans être trop restrictif, on ne s'intéressera qu'au moteur quatre-temps. En effet, le moteur deux-temps n'est pas utilisé dans le monde de l'automobile et le moteur de Wankel (ou moteur rotatif) n'équipe qu'un véhicule actuellement commercialisé (Mazda RX-8). Dans un moteur quatre-temps, les gaz effectuent un cycle de Beau de Rochas,

qui se traduit par les quatre phases suivantes : admission, compression, combustion / détente et échappement.

Deux types de moteurs quatre-temps existent : les moteurs à allumage commandé (moteurs à essence) et les moteurs Diesel (fonctionnant au gasoil). La principale différence se situe au niveau de l'allumage du mélange carburant / air. En effet, les vapeurs d'essence sont allumées par une étincelle via la bougie, tandis que le gasoil chaud s'auto-enflamme sous l'effet de la pression. Bien que le principe de base de ces deux moteurs soit très proche, leur comportement est différent. Un moteur Diesel a tendance à délivrer beaucoup de puissance à bas régime, tandis qu'un moteur à essence sera plus performant à haut régime. Une conséquence importante de son utilisation à plus bas régime, notamment pour son contrôle, est le fait qu'un moteur Diesel a un comportement plus brutal. Chaque explosion se ressent plus que dans un moteur à essence et il a plus d'inertie. En contrepartie, il présente une propriété très importante : il a un meilleur rendement.

Le comportement d'un moteur thermique est donné par un diagramme présentant son couple maximum en fonction de son régime, ainsi que des courbes iso-rendement et iso-puissance. La figure 2.14 caractérise un moteur à essence. Sur cette figure, le couple est exprimé en  $Nm$ , le régime en tour par minute ( $rpm$ ) et en  $rad/s$ , la puissance en  $kW$ . En ce qui concerne le rendement, on trace la consommation spécifique (ou *sfc* pour "specific fuel consumption") exprimée en  $g/kWh$ , qui traduit la quantité d'essence nécessaire pour générer  $1kWh$ . Ces diagrammes permettent tout d'abord de connaître les performances maximales d'un moteur. D'autre part, et cela est très important lors du contrôle d'une transmission hybride, ils montrent dans quelle zone le moteur est le plus efficace (à une température donnée). Pour un moteur Diesel, l'allure de ce diagramme est légèrement différente. Des exemples d'utilisation de ces diagrammes sont donnés dans [CW02] et dans [AAJ99] dans le cas d'un bus hybride.

#### 2.4.1.2 Machines électriques

Au sein d'une transmission hybride, une ou plusieurs machines électriques sont associées au moteur thermique. Les bénéfices apportés par ce système proviennent de plusieurs caractéristiques :

- Tout d'abord, elles sont réversibles. En effet, elles permettent à la fois de

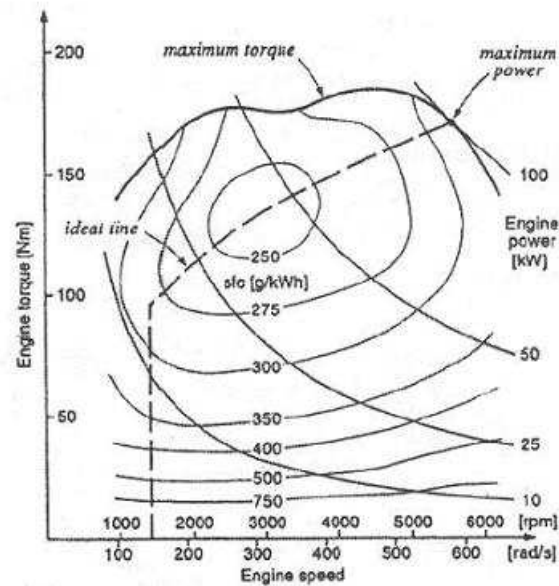


FIGURE 2.14 – Consommation spécifique et couple maximal d'un moteur thermique en fonction de son régime

fournir de l'énergie à la transmission (fonctionnement "motrice"), mais aussi d'en prélever (fonctionnement "génératrice"). L'exemple le plus simple de gain apporté par cette propriété est le stockage d'énergie lors des phases de freinage ou de décélération du véhicule. Nous reverrons cette notion par la suite.

- D'autre part, une machine électrique à l'arrêt consomme peu d'énergie. Autrement dit, il n'est pas nécessaire d'entretenir un ralenti.
- Elles ont un bon rendement, proche de 90% contre 20% pour un moteur thermique.
- Elles sont plus réactive, c'est à dire qu'elles présentent un temps de montée en couple plus faible.

Plusieurs types de machines électriques existent et sont utilisées pour la conception de transmissions hybrides. On peut les classer en trois groupes : les machines à courant continu, les machines synchrones et les machines asynchrones. Au sein de chaque groupe, plusieurs mises en oeuvre sont possibles. Dans tous les cas, la rotation est générée par un phénomène physique simple : l'interaction (répulsion

ou attraction) de deux champs magnétiques. Le premier champ est généré par la partie fixe du moteur : le stator, qui est la partie extérieure et visible du moteur. Le second provient du rotor qui est la partie mobile du moteur.

Machines à courant continu : Dans le cas du moteur à courant continu (moteur DC), les deux champs (statorique et rotorique) sont fixes et constants. Comme son nom l'indique, les deux éléments du moteur sont alimentés par un courant continu. La difficulté est de générer un champ fixe à partir d'un élément tournant (pour le rotor). Pour ce faire, ce dernier est constitué de plusieurs bobines reliées à un collecteur rotatif, dont la fonction est d'assurer la constance du champ en jouant sur l'alimentation de chaque bobine. Le champ statorique est simplement généré par des bobines fixes. Le principal défaut de ce système vient des frottements qu'il induit : le collecteur s'use et génère des pertes. Son principal avantage est sa simplicité de conception et sa mise en oeuvre. On notera d'autre part qu'il peut être directement connecté à un élément de stockage d'électricité (batterie).

Machines synchrones : A l'inverse des machines à courant continu, les machines synchrones demandent l'utilisation d'un onduleur pour être reliés à une batterie. Voyons tout d'abord les machines dites synchrones. Les bobines du stator créent un champ magnétique tournant dans celui-ci. La vitesse de rotation du champ est proportionnelle à la fréquence de l'alimentation électrique. D'autre part, le rotor crée un champ qui accompagne son propre mouvement. Il y a deux moyens pour former ce champ : soit les bobines du rotor sont alimentées par un courant continu, soit le rotor est en partie composé d'aimants permanents. Ces machines permettent de s'affranchir des problèmes liés au collecteur des moteurs DC, mais elles présentent un autre inconvénient. En effet, la vitesse de rotation du rotor est strictement liée à la fréquence du courant qui alimente le moteur. Le contrôle se fait donc au niveau de l'onduleur, en entrée du stator.

Machines asynchrones : Il y a une dernière famille de machines électriques : les moteurs asynchrones. Le stator est formé et alimenté de la même manière que pour les moteurs synchrones. Par contre, le rotor n'est pas alimenté : il génère un champ à partir des courants créés en son sein par le champ du stator. Dans cette mesure, il est possible de régler la vitesse de rotation de la machine, bien que son

contrôle soit complexe.

Pour plusieurs raisons, la majorité des structures hybrides utilisent des machines synchrones à aimants permanents (PMSG). En effet, elles sont contrôlables de manière très fine et sont très efficaces. Elles équipent en particulier la Toyota Prius et la Honda Insight. Dans la majorité des cas, elles sont intégrées dans un bloc comprenant une machine, des capteurs, un onduleur et un module de commande des couches basses (asservissant le couple de la machine). En effet, la conception et la mise au point d'une machine ne peut se faire sans celle de son alimentation.

#### 2.4.1.3 *Éléments mécaniques*

Le moteur thermique et les machines électriques sont reliés à un ou plusieurs essieux par un ensemble de systèmes mécaniques. Ces derniers permettent de modifier ou d'acheminer la puissance vers les roues pour propulser le véhicule.

Réducteur : Cet élément simple est largement utilisé dans l'industrie, et en particulier pour les transports. Il présente deux ports tournant à des vitesses proportionnelles. Si on nomme  $\omega_i$  la vitesse de rotation en entrée et  $\omega_o$  celle en sortie, on a  $\omega_o = \alpha \omega_i$  avec  $\alpha \in ]0; \infty[$ . Dans la mesure où toute la puissance est transmise par le réducteur, si la vitesse est réduite, alors le couple transmis est accru (et vice versa). Son principal avantage vient du fait qu'il permet à certains éléments de fonctionner sur des gammes de vitesse où ils sont plus efficaces.

Différentiel : Dans un véhicule, cet élément lie généralement la transmission aux roues. Il a donc une entrée coté transmission et deux sorties coté roues. Il permet de transmettre la puissance aux roues tout en permettant à celles-ci d'être à des vitesses différentes. Le véhicule peut alors tourner sans qu'une des roues ne dérape. Si on nomme  $\omega_i$  la vitesse de rotation en entrée et  $\omega_{o1}$  et  $\omega_{o2}$  celles en sortie, on a  $\omega_i = \frac{\omega_{o1} + \omega_{o2}}{2}$ .

Embrayage : L'embrayage est le système qui permet de rompre momentanément le lien mécanique entre la transmission et les roues. Il permet notamment aux véhicules classiques de s'arrêter en laissant le moteur thermique au ralenti.

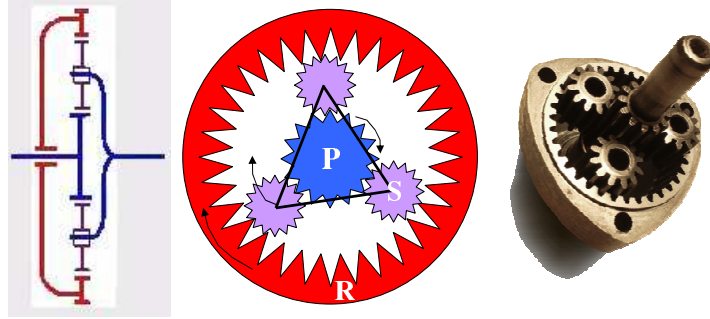


FIGURE 2.15 – Train épicycloïdal : photo et schémas de fonctionnement

Train épicycloïdal : Cet organe aussi appelé train planétaire, lie mécaniquement trois arbres. Il est utilisé dans les boîtes de vitesses automatiques ainsi que pour la conception de transmissions hybrides. Un schéma et une photo de cet élément sont présentés par la figure 2.15. Une relation linéaire lie les vitesses des trois arbres. Ainsi, si on note  $\omega_p$  la vitesse de la partie centrale P (ou "planétaire"),  $\omega_c$  la vitesse de la partie périphérique R ("couronne" ou "ring") et  $\omega_s$  la vitesse du porte satellite S (qui accompagne le mouvement des 3 satellites), elles sont liées par la formule suivante :

$$\frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_c - \omega_s} = -\alpha$$

Si on considère le train comme parfait, c'est à dire qu'il n'y a pas de perte, il existe une relation duale pour les couples transmis :

$$T_s = -(1 + \alpha)T_p = \frac{-(1 + \alpha)}{\alpha}T_c$$

Dans cette équation  $\alpha$  est la raison du train et dépend des dimensions des différentes parties de celui-ci. Il faut noter que la vitesse  $\omega_s$  correspond à la vitesse de révolution des "satellites" autour du planétaire et non de leur vitesse de rotation sur eux-même.

On peut également poser, pour un train de raison  $\alpha$  :  $\omega_s = a\omega_p + b\omega_c$ , ce qui équivaut à :

$$a = \frac{1}{1 + \alpha} = \frac{Z_p}{Z_p + Z_c}$$



$$b = \frac{\alpha}{1 + \alpha} = \frac{Z_c}{Z_p + Z_c}$$

Dans ces équations,  $Z_p$  et  $Z_c$  représentent les nombres de dents du planétaire et de la couronne.

#### 2.4.1.4 Variateur de vitesse

Certaines structures utilisent un variateur de vitesse. Son rôle est le même que celui d'un réducteur, mais sa particularité est le fait que le coefficient  $\alpha$ , rapport entre les vitesses d'entrée et de sortie, est variable. Le rôle d'un variateur, et donc d'une boîte de vitesse, est de placer le moteur thermique sur un point de fonctionnement où il est plus adapté. Lorsque le véhicule est à une certaine vitesse, cela permet de placer le moteur soit à un régime où il peut délivrer beaucoup de puissance, soit à un régime où son rendement est meilleur, afin de réduire la consommation. Il existe deux types de variateurs : ceux pour lesquels la variation du rapport est discrète, et ceux pour lesquels celle-ci est continue.

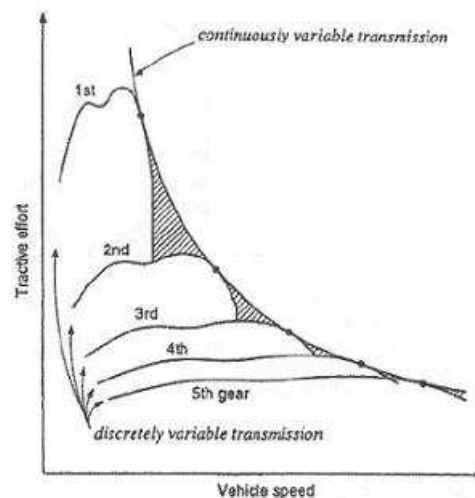


FIGURE 2.16 – Influence du rapport de transmission sur le couple à la roue

La figure 2.16 illustre le comportement donné à la transmission par ces deux types de réducteurs. Pour celles à rapports discrets, on trace le couple maximum correspondant aux 5 rapports. On voit que lorsque le régime du moteur passe un certain niveau, ce couple chute, d'où la nécessité de changer de rapport. Ceci a

pour effet de ramener le moteur thermique à un régime plus performant. Pour les transmissions continues, on suppose que le moteur délivre une puissance constante (ici on cherchera son maximum, mais dans d'autre cas on pourra prendre celle où le moteur est le plus performant). On trace donc une courbe iso-puissance. Cette courbe illustre l'intérêt d'un variateur et la supériorité des variateurs à rapports continûment variables.

Variateur à rapport discret : Une seule famille de variateur à rapport discret est utilisée par l'industrie automobile, et ce n'est autre que la boîte de vitesse. Elle peut être de trois types : manuelle, robotisée ou automatique. En Europe, les boîtes manuelles sont les plus utilisées. Le conducteur modifie, par l'intermédiaire du levier, la position de roues crantées afin de modifier le rapport de vitesse. Les boîtes de vitesses robotisées sont composées d'une boîte de vitesse manuelle et d'un automate opérant les changements de vitesse (commande en couple du moteur thermique, embrayage et changement de vitesse). Enfin, les boîtes automatiques ont une architecture qui leur est propre, dont l'organe principal est un convertisseur hydraulique de couple. Ces dernières sont équipées d'une stratégie de commande opérant des changements de rapport aux moments opportuns.

Les rapports des autres types de variateurs sont continus. Il en existe plusieurs catégories.

Les variateurs hydrostatiques : Ils sont composés de deux moteurs hydrauliques dont au moins un est à cylindrée variable. Il ne sont pas utilisés de manière commerciale dans le domaine automobile.

Les variateurs électriques : Ils sont composés de deux machines électriques toutes les deux reliées à une batterie. Celle-ci apporte de la souplesse au système. D'un côté, l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique, qui est stockée par la batterie. Cette énergie est alors transmise à la seconde machine, afin d'être à nouveau transformée en énergie mécanique. Un des avantages de ces variateurs est le fait que l'on peut stocker à plus ou moins grande échelle l'énergie électrique. Un tel stockage est quasiment impossible dans les autres cas ou nécessite l'ajout d'un moteur électrique en plus du variateur. Dans la plupart des cas, le variateur est

composé de deux machines à courant alternatif (synchrones à aimants permanents) reliées à la batterie par l'intermédiaire d'onduleurs. On détermine alors le rapport du variateur en jouant sur le pilotage de ces redresseurs.

Les variateurs mécaniques : Ici, les possibilités sont nombreuses. Les plus courants sont composés de deux cônes ou de deux poulies<sup>2</sup> reliés par une courroie. Au sein de ce système la position de la courroie sur les cônes ou le diamètre des poulies permet de faire varier le rapport des vitesses d'entrée et de sortie. Il existe aussi les variateurs toroïdaux : l'entrée et la sortie du variateur sont couplées par un ensemble de galets, dont l'axe de rotation est modulable. On modifie ainsi le rayon des chemins de roulements et ainsi le rapport de transformation<sup>3</sup>. Parmi les variateurs mécaniques, on peut citer d'autres systèmes moins connus : les variateurs gyroscopiques, vario-sphériques, "wave form", les CVT Milner, Elite, incrémental CVTs, racheting CVTs...

#### 2.4.1.5 *Batterie*

La batterie constitue un élément déterminant pour un véhicule électrique ou hybride. Son rôle principal est de stocker de l'énergie électrique. Beaucoup de technologies différentes existent et le choix de la batterie aura des conséquences directes sur le comportement du véhicule. [BG04] donne une vision rapide des technologies adaptées aux véhicules hybrides. Les éléments qui les caractérisent sont :

- La tension à ses bornes. Elle conditionnera le choix des machines électriques, du réseau électrique (section du câblage, pertes par conduction...) et des éléments d'électronique de puissance.
- L'énergie qu'elle contient. Celle-ci déterminera directement l'autonomie du véhicule hybride.
- Son énergie spécifique qui représente l'énergie contenue dans un kilogramme de batterie.
- Son énergie volumique qui représente l'énergie contenue dans un mètre cube de batterie.
- Sa puissance spécifique qui représente la puissance disponible par kilogramme de batterie.

---

2. par exemple au sein du système Honda V-Belt

3. un variateur toroïdal, le système Torotrak, donne de bonnes performances

- La part d'énergie qu'elle peut délivrer. En effet, lorsque la batterie est proche de sa charge maximale ou d'une charge nulle, ses propriétés sont très fortement dégradées. Ainsi les batteries ne sont utilisées que dans une certaine plage de niveau de charge.
- Son rendement énergétique lors des charges / décharges.
- Sa faculté à ne pas se décharger seule.
- La température à laquelle elle est la plus efficace.
- Sa durée de vie en terme d'années et du nombre de charges / décharges.

La plus ancienne technologie de batterie est aussi la plus connue : la batterie au plomb. Celle-ci est toujours utilisée à grande échelle, notamment pour le réseau électrique des voitures classiques. Leur utilisation dans des véhicules électriques et hybrides n'est pas viable en raison de leur énergie spécifique et volumique. En effet, pour une certaine énergie à stocker, elles s'avèrent lourdes et volumineuses. Parmi les autres types de batteries, on peut citer les batteries au nickel-cadmium, au lithium, au sodium et les batteries métal-air. Toutefois les plus utilisées pour l'électrification d'un groupe moto-propulseur sont les batteries nickel-métal hybrides (NiMh).

#### 2.4.1.6 *Électronique de puissance*

Un ensemble de modules d'électronique de puissance équipe les véhicules hybrides et électriques. Leur rôle est d'assurer le bon fonctionnement des machines électriques en lien avec la batterie. Tout d'abord, nous avons vu que les machines électriques étaient toujours liées à un ensemble capteurs / onduleur / module de commande. A ces éléments s'ajoutent souvent des convertisseurs DCDC qui assurent le lien entre deux réseaux de tension différente. Tout d'abord il y a un DCDC entre le réseau de la batterie du système de propulsion et le réseau de bord (14V comme sur un véhicule classique). A celui-ci s'ajoute parfois un DCDC permettant de transformer la tension d'alimentation des machines pour améliorer leur comportement. Il permet d'assurer une tension variant peu en entrée des machines, quelle que soit le niveau de charge de la batterie.

Toutefois, il faut noter que ce dernier élément représente un surcoût important. Il faut donc faire un arbitrage entre le coût de fabrication du véhicule et ses prestations en terme de consommation. Dans certaines conditions, il peut être

préférable de concevoir un véhicule plus accessible financièrement, quitte à assurer des prestations moindres.

## 2.4.2 Classification des véhicules hybrides

Une transmission hybride se conçoit en combinant un certain nombre de ces éléments. Cela peut être fait d'une multitude de manières en fonction des caractéristiques que l'on veut donner au véhicule. On peut tout d'abord classer ces structures en fonction du rôle des machines électriques. On distingue alors les hybrides dits séries, parallèles et mixtes (ou à dérivation de puissance). [CW02] présente ces types de transmissions tandis que [Gut99] étudie l'impact du choix de l'architecture sur la taille des machines électriques nécessaires.

### 2.4.2.1 Hybrides séries

Cette classe de transmission hybride est celle dont la conception est la plus simple. Le moteur thermique est directement relié à une génératrice qui assure la charge de la batterie. Celle-ci peut alors alimenter une machine électrique connectée aux roues. La figure 2.17 schématise ce fonctionnement. Les avantages de cette structure sont principalement de deux natures. Tout d'abord elle apporte une grande liberté quant à la disposition des machines électriques (notamment la génératrice) et du moteur thermique. Ensuite, elle est simple à concevoir et à contrôler. Elle nécessite par exemple très peu d'équipements mécaniques (pas d'embrayage ni de boîte de vitesses).

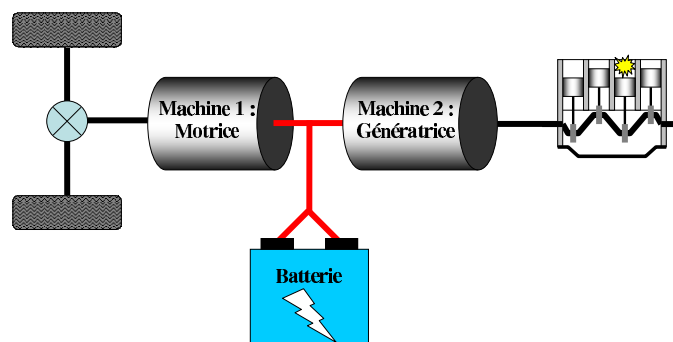


FIGURE 2.17 – Architecture d'un hybride série

Elle présente toutefois un inconvénient très important. En effet, les trois mo-

teurs doivent être capables de fonctionner à des puissances très élevées. En effet, imaginons un véhicule parcourant une longue distance à grande vitesse. Dans ces conditions, on ne peut pas miser sur l'énergie de la batterie car celle-ci serait très vite vide. La batterie a en effet uniquement le rôle de tampon. Ainsi, la machine motrice doit fournir la puissance moyenne nécessaire pour garder la vitesse du véhicule. Cette puissance doit lui être fournie par la génératrice et donc le moteur thermique. En plus de cela, la machine motrice doit être capable d'assurer des accélérations plus fortes en phases transitoires (dépassements, côtes...). Enfin, les rendements des éléments sont cumulés, du fait de la mise en série de ces derniers. Ces structures sont donc peu efficaces.

#### 2.4.2.2 Hybrides parallèles

Le deuxième type de structure est radicalement différent. Pour les hybrides parallèles, le moteur thermique et une machine électrique fournissent chacun de la puissance mécanique aux roues. Les deux flux de puissance sont sommés par un ensemble d'éléments mécanique avant d'être envoyés aux roues. Dans la majorité des cas, une telle structure nécessite également l'utilisation d'une boîte de vitesse ou d'un variateur. Le schéma de la figure 2.18 précise cette architecture. Le premier avantage de cette structure est le fait qu'elle ne comporte en général qu'une machine électrique. Pour les accélérations transitoires, comme les puissances des deux moyens de propulsion s'ajoutent, ils peuvent être de taille réduite. Ici aussi le moteur thermique doit toutefois assurer la puissance moyenne nécessaire lors de trajets de longue distance.

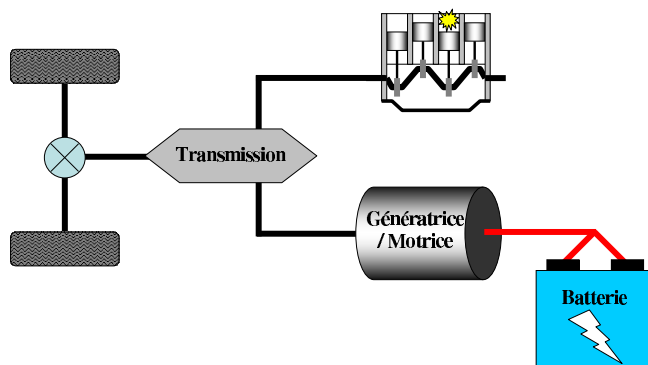


FIGURE 2.18 – Architecture d'un hybride parallèle

Les désavantages de ces structures sont de deux types. Tout d'abord leur contrôle est plus complexe que celui des architectures séries. D'autre part, elles nécessitent une structure mécanique complexe. En effet, il y a dans la majorité des cas une boîte de vitesse ou un variateur. Ceci permet de faire fonctionner le moteur thermique à des vitesses pour lesquelles la transmission a un bon rendement, quelle que soit la vitesse du véhicule. De plus, il est quasiment indispensable d'inclure des embrayages entre chaque moteur et la transmission afin de les déconnecter lors des phases où ils sont inutilisés.

#### 2.4.2.3 *Hybrides mixtes*

Enfin, il existe une famille de structures alliant les avantages des hybrides séries et des hybrides parallèles. Ces hybrides, appelés mixtes ou à dérivation de puissance, sont apparus plus récemment et sont considérés comme les plus prometteurs. Au sein de ces structures, une partie de l'énergie délivrée par le moteur thermique est transmise mécaniquement au roue. Parallèlement, les machines électriques prélèvent ou fournissent de l'énergie à la transmission pour satisfaire les objectifs (accélération, charge ou décharge de la batterie, consommation optimale du moteur thermique). Dans la majorité des cas il y a deux machines électriques, pouvant chacune être soit motrice soit génératrice. Cette configuration permet donc au moins 4 modes de fonctionnement ayant chacun certains avantages. Une telle architecture est décrite sur la figure 2.19.

Cette architecture présente l'avantage d'être très performante, sans nécessiter l'utilisation d'embrayage ou de variateur de vitesse. En effet c'est le contrôle des machines électriques associé à des trains planétaires qui remplit ces rôles. Elle a un toutefois un défaut, c'est la complexité du contrôle de la transmission.

#### 2.4.2.4 *Types de transmission*

L'architecture choisie, comme le type de boîte de vitesse ou de variateur lorsqu'il y en a un, est déterminante pour le comportement du véhicule. Par exemple, en optant pour une architecture parallèle avec une boîte de vitesse classique, on obtient une transmission où le rapport de vitesse entre le moteur thermique et les roues sera discret. Il est donc possible de classer les véhicules hybrides selon un autre critère : les plages de variation du rapport entre le moteur thermique et les roues. La figure 2.20 montre les caractéristiques de chacun des types de transmis-

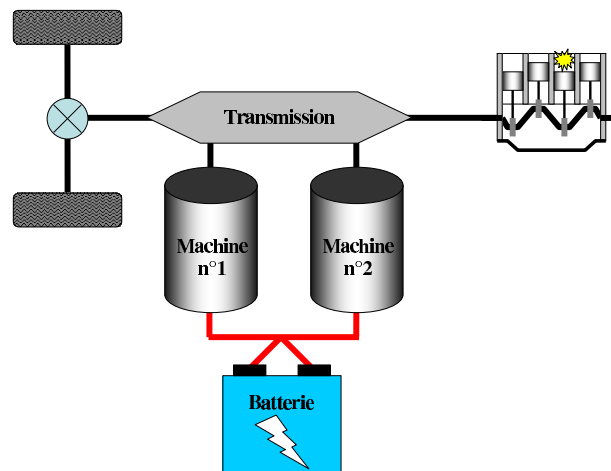


FIGURE 2.19 – Architecture d'un hybride mixte ou à dérivation de puissance

sions.

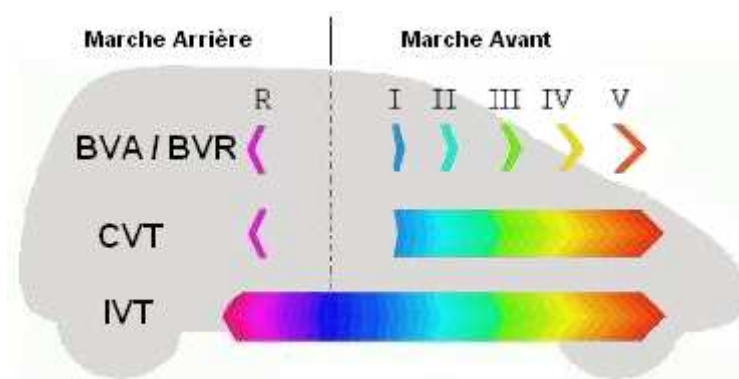


FIGURE 2.20 – Classification des transmissions en fonction de l'évolution du rapport de boîte

On distingue tout d'abord les transmissions à rapports discrets. Dans ce cas, le rapport de vitesse est choisi parmi un ensemble fini de valeurs souvent étagées de manière régulière (BVA ou BVR). En utilisant un variateur mécanique, il est possible de rendre l'évolution de ce rapport continue. On appellera ce type de transmission les CVTs pour *continuously variable transmission*.



Certains systèmes permettent en plus de rendre ce rapport négatif : ce sont les IVTs pour *infinitely variable transmission*. Dans la majorité des cas, ceci est fait en utilisant un variateur électrique (deux machines électriques). On parle alors d'E-IVT pour *electric infinitely variable transmission*.

### 2.4.3 Prestations offertes par les véhicules hybrides

Une bonne définition des prestations offertes par un véhicule est : "l'ensemble de ce qu'un client peut observer ou entendre dire sur son véhicule". Nous voyons donc que cette définition est très large. Par cela, on entend donc des choses telles que le bruit d'une porte lors de sa fermeture, la texture des plastiques ou le temps pour atteindre les  $100\text{km.h}^{-1}$ . Dans le cadre de la conception d'un GMP, on ne retiendra que deux groupes de prestations : les performances du véhicule et l'agrément de conduite.

#### 2.4.3.1 Performances / consommation

Après avoir vu quelle pouvait être la structure d'un véhicule hybride, il est intéressant de regarder quels sont les phénomènes qui permettent d'économiser de l'énergie et ainsi de réduire sa consommation. Bien sûr, quand on parle de gains en consommation, on sous entend qu'ils sont réalisés pour des performances similaires. Dans d'autres circonstances, nous aurions pu exprimer un gain en performances pour une même consommation. Dans la majorité des cas, on mesure la consommation d'un véhicule sur des profils de roulage normalisés. En Europe, le cycle utilisé se nomme NEDC ; on le retrouve sur la figure 2.21. A la fin du cycle, on regarde la quantité d'essence qui a été consommée. Pour les véhicules hybrides ou électriques, il faut également prendre en compte la baisse ou la hausse de l'énergie contenue dans la batterie<sup>4</sup>.

Trois phénomènes expliquent ces gains. Tout d'abord, un véhicule hybride a dans la plupart des cas la capacité d'éteindre le moteur thermique lorsqu'il est à l'arrêt. Ceci permet de ne pas utiliser de carburant juste pour entretenir le ralenti. Ces gains sont intéressants en circulation urbaine, lorsque le véhicule s'arrête souvent.

---

4. On notera que bien qu'il soit fréquemment utilisé pour qualifier un véhicule, le cycle NEDC n'est pas représentatif d'une utilisation moyenne d'un véhicule. Pour résoudre ce problème, il est possible de mettre bout-à-bout plusieurs cycles différents.

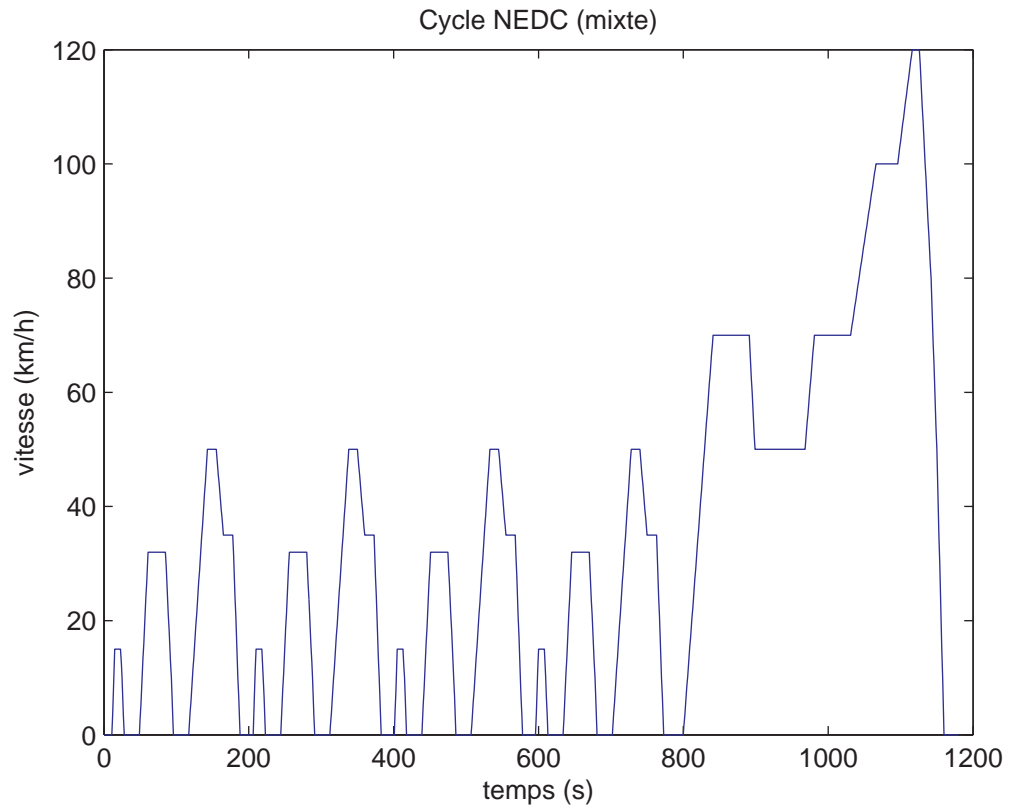


FIGURE 2.21 – Cycle NEDC (mixte)

Il y a une seconde source de pertes dans un véhicule classique : les phases de décélération. Que ce soit lors de l'utilisation du frein moteur, qui traduit les frottements du moteur, ou lors du freinage, une partie de l'énergie cinétique du véhicule est convertie en chaleur, et est donc perdue. On cherche ici à limiter ce phénomène en récupérant une partie de l'énergie cinétique du véhicule. Une transmission hybride permet de faire ceci en utilisant les machines électriques comme des génératrices. Il est donc possible d'économiser de l'énergie en phase dite de frein moteur en mettant le moteur thermique à l'arrêt et en simulant un frein moteur par une machine électrique. Il est également envisageable de freiner, lorsque cela est demandé par le conducteur, en actionnant une machine électrique<sup>5</sup>.

---

5. Mais dans de nombreux cas ceci pose des problèmes de sécurité.

La dernière source de gain est directement liée aux caractéristiques d'un moteur thermique. En effet, nous avons vu que son rendement variait en fonction de son régime et du couple qu'il fournissait. D'une part, on peut gagner en jouant sur le rapport de transmission, surtout si celui-ci est continu, mais ceci n'est pas une particularité des hybrides. Ces transmissions permettent d'autres gains en consommation. Par exemple, lorsqu'un conducteur demande beaucoup de couple, il est possible d'utiliser les machines électriques de manière à ce que le moteur thermique soit assisté et donc placé sur un point de fonctionnement énergétiquement plus favorable. Ceci aura pour effet de décharger les batteries donc il faut nécessairement des phases de charge. Lorsque le couple demandé est faible, il peut être intéressant que le moteur thermique génère plus de puissance que nécessaire et qu'une partie soit stockée par les machines électriques. Dans cette mesure, chaque couche du contrôle a différents objectifs, dans le but de trouver un fonctionnement optimal dépendant du niveau de charge de la batterie et du couple demandé par le conducteur.

#### 2.4.3.2 *Agrément de conduite*

Un véhicule hybride doit également fournir un certain agrément de conduite. Il existe de nombreux critères caractérisant l'agrément de conduite d'un véhicule. Citons par exemple les contraintes acoustiques, d'envolée de régime, de réserve de d'accélération,... La plupart de ces contraintes d'agrément peuvent se ramener au choix du régime du moteur en pilotant le rapport de boîte. C'est le cas des transmissions à rapports discrets.

Dans le cas d'une transmission à variateur, assurer l'agrément de conduite revient à suivre une consigne de régime moteur le mieux possible, et indépendamment de la demande de couple à la roue du conducteur. Par ailleurs, dans des phases transitoires telles que les Stop / Start, ou les changements de mode, l'agrément de conduite revient à les rendre les plus transparentes possible vis-à-vis du conducteur. Le problème revient alors à contrôler le régime moteur (ou un régime interne de la boîte) en même temps que le couple à la roue, et de façon la plus découplée possible. Ceci a pour but d'éviter des désagrément tels que des à-coups de couples ou des envolées de régime, conduisant à une acoustique criticable.

Type d'hybride	prestation	Puissance électrique (proche de)	Gain en $CO_2$ (proche de)
mini-hybride alternateur-démarrateur stop and start	arrêt du moteur thermique au ralenti	2kW	8%
stop and go	idem + freinage récupératif +roulage électrique à très faible vitesse	5kW	13%
mild-hybrid	idem + downsizing du moteur thermique +assistance à l'accélération	10kW	25%
full-hybrid	idem + mode purement électrique	30kW	35%

TABLE 2.2 – Classification des hybrides selon leurs prestations

### 2.4.3.3 Classification selon les prestations

En se basant sur ces considérations, on peut classer les véhicules hybrides, notamment en fonction du gain en consommation qu'ils apportent. Ceci dépend de l'architecture qui a été choisie lors de la conception du véhicule. Quatre catégories d'hybrides se dégagent ainsi : les hybrides *stop and start* ou à alternateur-démarrateur, les hybrides *stop and go*, les *mild-hybrids* et les *full-hybrids*. On parle ici de taux d'hybridation qui est croissant dans cette liste (le zéro étant un véhicule thermique classique et la valeur maximale représentant un véhicule électrique). Le tableau 2.2 donne une idée des prestations offertes par chacune de ces catégories de véhicules hybrides. En s'appuyant sur l'exemple de l'hybride le plus vendu actuellement, la Toyota Prius, [LM02] présente une étude complète des rejets d'un full-hybrid. [BG04] présente les caractéristiques des différentes classes de véhicules hybrides.

## 2.5 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre les avantages apportés par certaines technologies alternatives de véhicules. Nous avons ensuite pu classer une de ces familles de véhicules : ceux équipés de groupes moto-propulseurs hybrides.

La complexification du système que nous considérons alors (plusieurs machines électriques et un moteur thermique) entraînera nécessairement une complexification des problèmes de commande correspondant, pour lesquels une modélisation adaptée est indispensable. C'est ce que nous allons voir dans le chapitre 3. Pour cela, nous nous appuierons sur un ensemble de véhicules hybrides différents.



## Chapitre 3

# Modélisation des transmissions hybrides et introduction au contrôle de groupes moto-propulseurs hybrides

### Contents

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>67</b>
<b>3.2</b>	<b>Introduction au contrôle de GMP hybrides . . . . .</b>	<b>67</b>
3.2.1	Structure globale du contrôle . . . . .	67
3.2.2	Structures possibles de COS . . . . .	71
<b>3.3</b>	<b>Eléments de modélisation des transmissions hybrides .</b>	<b>72</b>
3.3.1	Eléments communs de modélisation . . . . .	73
3.3.2	Etude de la puissance dérivée . . . . .	76
<b>3.4</b>	<b>Etude d'un ensemble de structures hybrides . . . . .</b>	<b>78</b>
3.4.1	Architecture série . . . . .	78
3.4.2	Architecture parallèle ( <i>Honda Insight</i> ) . . . . .	79
3.4.3	Architecture parallèle à 4 roues motrices . . . . .	81
3.4.4	Architectures mixtes . . . . .	83
3.4.5	Architecture mixte à 4 roues motrices ( <i>Lexus RX400h</i> )	94
<b>3.5</b>	<b>Modélisation universelle des hybrides . . . . .</b>	<b>95</b>
<b>3.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>95</b>

---



## 3.1 Introduction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, l'hybridation d'un groupe moto-propulseur peut se faire de différentes manières. Chaque choix a son importance, de celui du moteur thermique (à essence ou Diesel) à celui du variateur de vitesse (boîte de vitesse manuelle, automatique ou à rapports continûment variables par un variateur électrique). D'autre part plusieurs prestations peuvent être assurées, notamment le taux d'hybridation permettant de différencier les hybrides stop and start des mild-hybrids et des full-hybrids. Nous avons également vu que la structure mécanique liant ces éléments était déterminante.

L'ensemble de ces considérations implique que les véhicules hybrides commercialisés ou imaginés sont très variés. Dans ce chapitre, nous allons en voir un certain nombre, qui sont soit des systèmes commercialisés à grande échelle, soit des solutions développées par certains constructeurs. Dans cette mesure, nous avons essayé de prendre un panel varié de véhicules et d'établir pour chacun d'eux un modèle.

Malgré ces différences, nous allons montrer qu'il est possible d'établir un modèle universel pour ces transmissions. Les structures seront alors différenciables par la valeur de certains paramètres et notamment d'une matrice  $M$  de rapport de vitesses, qui est en quelque sorte une "carte d'identité" précisant leur configuration mécanique.

Lors de ce travail de recherche, les modèles ont été réalisés dans le but de synthétiser des lois de commandes pour les couches moyennes du contrôle de la transmission. Pour préciser les choses, nous verrons tout d'abord la structure globale du contrôle d'un groupe moto-propulseur hybride.

## 3.2 Introduction au contrôle de GMP hybrides

### 3.2.1 Structure globale du contrôle

D'un point de vue global, le contrôle des groupes moto-propulseurs (GMP) hybrides est assez uniforme et on peut définir une structure de contrôle générale. Les objectifs d'une telle structure sont simples : satisfaire la demande en couple



du conducteur (éventuellement en vitesse), en assurant un maximum d'agrément de conduite et en minimisant la consommation du système. Le contrôle d'un véhicule hybride peut être décomposé en quatre couches dont les rôles sont clairement définis : il s'agit de l'IVC, de l'OPF, du COS et des calculateurs locaux. Nous présenterons ces couches par la suite.

La figure 3.1 présente la structure globale du contrôle et les interactions entre les différentes couches, dont le comportement sera décrit dans la suite.

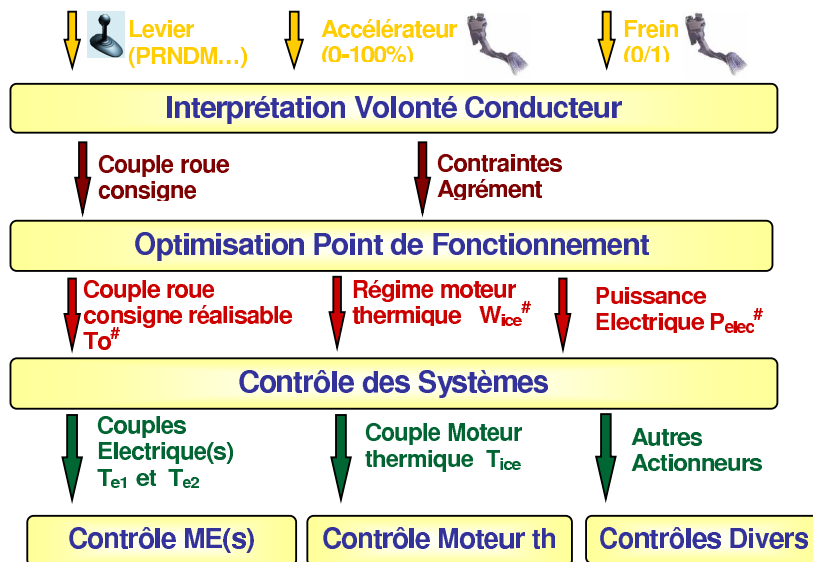


FIGURE 3.1 – Structure générale du contrôle d'un groupe moto-propulseur hybride mixte

### 3.2.1.1 L'IVC : Interprétation de la Volonté du Conducteur

La couche de contrôle la plus haute est l'IVC ou Interprétation de la Volonté du Conducteur. Elle a pour rôle de traduire en données quantitatives la demande du conducteur, provenant notamment des pédales et du pommeau de vitesse. La variable la plus pertinente en sortie de l'IVC est le couple à la roue désiré par le conducteur. Éventuellement, il peut élaborer certaines limitations à partir de l'environnement de conduite et de la demande du conducteur. Ces données sont transmises à l'OPF.

### 3.2.1.2 L'OPF : Optimisation du Point de Fonctionnement

L'OPF est l'organe prépondérant en ce qui concerne la consommation énergétique du véhicule. Son rôle est de déterminer la stratégie la plus efficace en consommation, à partir du couple à la roue demandé et des contraintes, informations transmises par l'IVC. En effet, il existe plusieurs façons de générer un même couple à la roue (mode thermique pur, mode électrique pur, mixte). Lorsque la batterie est vide, il est clair qu'il faudra que le moteur thermique fournisse beaucoup de puissance. A l'inverse, si elle est pleine, on pourra envisager un comportement à faible consommation de carburant, voire purement électrique.

L'OPF élabore ainsi une consigne en couple à la roue, prenant en compte, cette fois ci, les différentes limitations dues au niveau de charge de la batterie et de l'environnement du véhicule. Il transmet également au COS une consigne de vitesse de rotation du moteur thermique, ainsi qu'une consigne de puissance électrique totale (celle-ci accroissant parfois la puissance aux roues, ou rechargeant les batteries en tirant de la puissance au moteur thermique). L'OPF détermine donc un point de fonctionnement optimal du système<sup>1</sup>.

Il existe un ensemble large de méthodes de synthèse de loi de gestion d'énergie, présentées par exemple par [PKR05] et [CW02]. [MRS05] nous montre que la prise en compte du profil du trajet déjà parcouru peut être bénéfique à l'OPF. Une évolution de ce principe est donnée par [AAJ99]. Nous voyons que dans le cas du trajet d'un bus en milieu urbain, la connaissance du trajet à parcourir est un avantages certain. Cette connaissance pourrait également être donnée par l'utilisation d'un système de guidage par GPS. D'autres articles s'attaquent à des points plus précis, comme les apports du freinage découplé sur la loi de gestion d'énergie, [SSSO02].

---

1. Notons que ce point de fonctionnement n'est pas l'optimum global stricto sensu. On imagine aisément qu'une telle détermination s'appuierait sur un problème d'optimisation très complexe devant prendre en compte des aspects très divers (contraintes techniques, état de fonctionnement, mais aussi profil de route à venir...). Cependant l'OPF s'appuie sur des fonctions de coût simplifiées et une expertise, permettant de calculer un point de fonctionnement "intelligent" qui sera appelé point de fonctionnement optimal par abus de langage

### **3.2.1.3 *Le COS : COntôle des Systèmes***

On appelle COS, ou contrôle des systèmes, l'ensemble des couches moyennes du contrôle. Son rôle est d'assurer les transitions entre deux points de fonctionnement. A partir des consignes élaborées par l'OPF et des mesures données par un ensemble de capteurs, le COS élabore les consignes en couple pour chacun des moteurs (thermique et électriques). Contrairement aux couches hautes (IVC et OPF) qui relèvent plus du domaine de l'optimisation, l'élaboration du COS est une étude purement automatique. Les consignes en couple sont transmises aux différents calculateurs locaux.

Le COS est garant de nombreuses prestations d'agrément de conduite, puisqu'il gère les phases de stop/start et assure le découplage des suivis de couple à la roue et de régime moteur. Par exemple, lors d'une phase d'accélération importante, si l'OPF demande un régime moteur constant pendant un certain laps de temps (typique des E-IVT), le COS doit le réaliser tout en permettant le suivi d'un couple à la roue qui peut varier fortement.

Très peu d'articles traitent de la problématique du COS. En effet, celui-ci est souvent intégré à l'OPF, dans le but de mettre en avant la problématique de consommation du véhicule (voir [Lys00]). Toutefois cela implique la mise en second plan de phénomènes plus transitoires comme les à-coups de couple ou les envolées de régime. La séparation de ces deux modules assure que les deux aspects (les performances et la consommation du véhicule et d'autre part le bon fonctionnement mécanique du système) soient réalisés simultanément.

### **3.2.1.4 *Les calculateurs locaux***

Le contrôle des couches basses du système est assuré par un ensemble de calculateurs locaux. Les caractéristiques de ces derniers varient d'un organe à l'autre. En ce qui concerne le moteur thermique, la valeur du couple de consigne est notamment obtenue en jouant sur la richesse du mélange injecté dans les chambres de combustion. Pour les moteurs électriques, on joue sur les courants injectés en entrée de ceux-ci.

### 3.2.2 Structures possibles de COS

Au cours de cette étude, on s'intéresse principalement au COS, ou contrôle des systèmes. Rappelons que son rôle est d'atteindre un point de fonctionnement (un certain couple à la roue, un régime pour le moteur thermique et une puissance électrique) en jouant sur les couples des moteurs électriques et thermique. Toutefois ceci est vrai dans le cas où les machines sont directement connectées via des onduleurs à l'élément de stockage d'énergie électrique. Mais dans certains cas, il y a un quatrième actionneur. En effet, dans le but d'accroître les performances des machines électriques, on connecte parfois les machines à une capacité filtre via les onduleurs. Celle-ci assure une tension stable en entrée des machines et leur procure une plus grande efficacité. On relie alors la capacité filtre à l'élément de stockage par un redresseur (que nous appellerons DCDC). Le DCDC assure un flux de puissance qui est, en régime établi, égal à la puissance des machines électriques. Ce flux de puissance est déterminé par le rapport  $\alpha$  de hachage.

Le contrôle de la structure complète peut alors être assuré de plusieurs manières. Imaginons tout d'abord que le DCDC ait un temps de réponse plus petit que celui des machines électriques. On peut alors asservir la tension de la capacité filtre par celui-ci, et le COS assure, entre autres, la puissance électrique. La structure du contrôle est alors celle présentée sur la figure 3.2.

A l'inverse, imaginons maintenant que le DCDC soit significativement plus lent que les machines. Il faut alors que la tension soit asservie par le COS. Dans ce cas, le DCDC assure uniquement la puissance électrique demandée par l'OPF, celle-ci étant vue comme une perturbation pour la transmission. La structure du contrôle est alors celle présentée sur la figure 3.3.

Enfin, imaginons le cas où les dynamiques du DCDC et des machines soient similaires. Dans ce cas il faudra synthétiser un COS global asservissant la tension de la capacité filtre, la puissance électrique, le régime du moteur thermique et le couple à la roue, à partir des couples des machines et du rapport  $\alpha$  (DCDC).

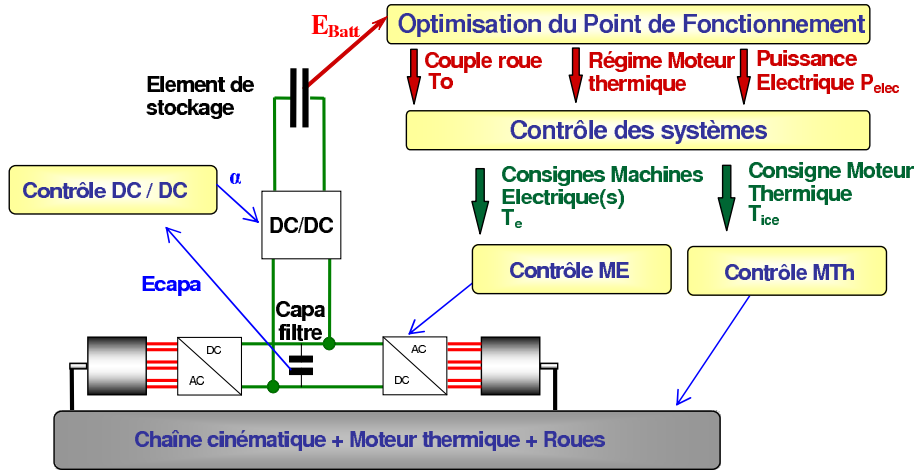


FIGURE 3.2 – Schéma du contrôle dans le cas d'un DCDC rapide (les mesures éventuelles de  $\omega_{ice}$ ,  $T_o$  ou d'autres variables ne sont pas représentées)

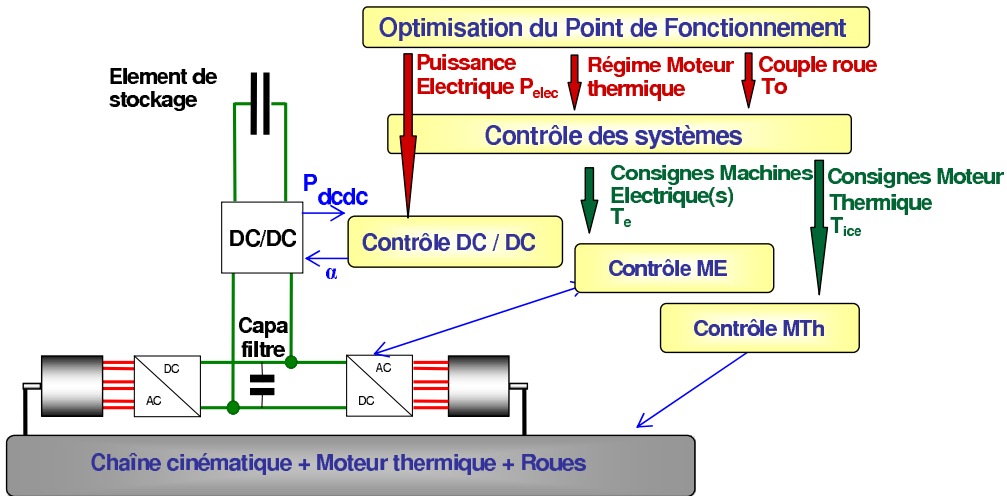


FIGURE 3.3 – Schéma du contrôle dans le cas d'un DCDC lent (les mesures éventuelles de  $\omega_{ice}$ ,  $T_o$  ou d'autres variables ne sont pas représentées)

### 3.3 Éléments de modélisation des transmissions hybrides

Dans le cadre de cette étude, on s'intéresse à la synthèse d'un COS pour véhicules hybrides munis d'un DCDC plus lent que ses machines. Ceci implique que le COS asservisse la tension de la capacité filtre et non une puissance électrique. Cette dernière sera vue comme perturbation du système. Dans cette mesure, on

considère que les consignes en couple à la roue et en régime du moteur thermique sont connues. D'autre part on néglige les dynamiques des couches basses étant donné qu'elles sont nettement plus rapides.

Dans cette partie, nous verrons le modèle d'un certain nombre d'éléments composant un véhicule hybride. Ensuite, nous présenterons plusieurs architectures ainsi que leur modélisation. De plus, les outils nécessaires à l'étude de la puissance dérivée seront présentés (celle-ci sera également définie). Nous verrons que celle-ci est importante puisqu'elle permet de dimensionner les machines électriques.

### 3.3.1 Éléments communs de modélisation

On considère les notations de la figure 3.4. Sur celle-ci, les variables  $\omega$  expriment des vitesses de rotation,  $T$  des couples et  $k$  des constantes de raideur. Dans la suite de l'étude, les variables  $J$  représentent des inerties et  $b$  des coefficients de frottement. Une grande partie des résultats que nous allons voir est issue des travaux présentés dans [PG04].

Les équations décrivant le fonctionnement des organes peuvent être classées en deux catégories : les équations mécaniques, pour le comportement du moteur thermique, des machines électriques, des roues et de la transmission, et les équations électriques pour l'élément de stockage énergétique. Intéressons nous tout d'abord aux équations mécaniques :

Moteur Thermique (vilebrequin) :

$$J_{ice}\dot{\omega}_{ice} = -b_{ice}\omega_{ice} + T_{ice} - T_i + T_{dice} \quad (3.1)$$

$T_{dice}$  désigne un couple de frottement (ou perturbation sur l'arbre moteur).

Volant Amortisseur :

$$\dot{T}_i = k_i(\omega_{ice} - \omega_i) \quad (3.2)$$

Machines Électriques : dans ce cas  $J_e$  représente les inerties des machines (dont le nombre varie) et de la chaîne cinématique ramenée aux machines. Il en est de

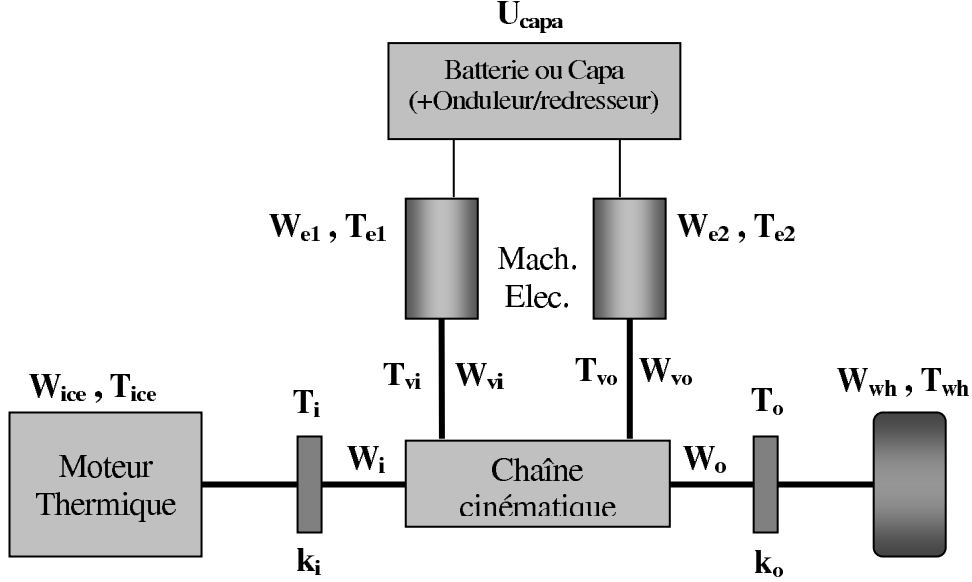


FIGURE 3.4 – Structure générale d'un groupe moto-propulseur hybride (ici, à deux machines électriques et un essieu moteur)

même pour  $b_e$  en ce qui concerne les coefficients de frottement.  $\omega_e$  représente leur vitesse,  $T_e$  leur couple et  $T_v$  les couples qui leur sont renvoyés. On a alors :

$$J_e \dot{\omega}_e = -b_e \omega_e + T_e - T_v \quad (3.3)$$

Roue (une composante de type raideur et une inertie) : suivant les architectures,  $T_o$ ,  $\omega_o$  et  $k_o$  sont soit les caractéristiques de la liaison aux roues avant, pour les véhicules à deux roues motrices, soit les vecteurs  $[T_o^{av} \ T_o^{ar}]^T$ ,  $[\omega_o^{av} \ \omega_o^{ar}]^T$  et la matrice  $\begin{bmatrix} k_o^{av} & 0 \\ 0 & k_o^{ar} \end{bmatrix}$  caractérisant les liaisons aux essieux avant (indices  $av$ ) et arrière (indices  $ar$ ) pour les véhicules à 4 roues motrices. On note  $N_{Essieu}$  le nombre d'essieux moteurs :

$$\dot{T}_o = k_o (1_{N_{Essieu} \times 1} \times \omega_{wh} - \omega_0) \quad (3.4)$$

$$J_{essieu} \dot{\omega}_{wh} = -b_{wh} \omega_{wh} - 1_{1 \times N_{Essieu}} \times T_o + T_{route/essieu} \quad (3.5)$$

où  $T_{route/essieu}$  désigne la réponse du sol à la roue,  $J_{essieu}$  l'inertie de l'essieu et  $1_{N \times M}$  la matrice de dimension  $N \times M$  dont tous les éléments valent 1.

Véhicule : prenant en compte l'effet des frottements aérodynamiques sur le véhicule :

$$m_{veh}\dot{V}_{veh} = -T_{route/essieu}\frac{1}{R_{roue}} - \rho SC_x V_{veh}^2 \quad (3.6)$$

où  $m_{veh}$  désigne la masse du véhicule,  $R_{roue}$  le rayon des roues et  $V_{veh}$  la vitesse du véhicule. Lorsque l'on néglige le glissement entre les roues et la route, les équations 3.5 et 3.6 nous donnent :

$$J_{wh}\dot{\omega}_{wh} = -b_{wh}\omega_{wh} - 1^{1 \times NEssieux} \times T_o + T_{dwh} \quad (3.7)$$

avec :  $T_{dwh} = -\rho SC_x V_{veh}^2 \times R_{roue}$  est la réponse de l'environnement extérieur au véhicule, ramenée à la roue, et  $J_{wh} = J_{essieu} + m_{veh}R_{roue}^2$ , et où  $\rho$  est la densité de l'air,  $S$  la surface de référence du véhicule et  $C_x$  sont coefficient de traînée.

Chaîne cinématique : Intéressons nous maintenant au comportement de la chaîne cinématique ; celle-ci peut être représentée par un transformateur à 3, 4 ou 5 ports suivant l'architecture du système. Ce transformateur est relié au moteur thermique (port  $i$ ), aux roues (port  $o$ , ou  $o^{av}$  et  $o^{ar}$  lorsqu'il y a deux essieux moteurs) et à une ou plusieurs machines électriques (ports  $vi$ , ainsi que  $vo$  lorsqu'il y a deux machines, ou  $vo^{av}$  et  $vo^{ar}$  dans le cas des véhicules à 2 essieux moteurs). Cette description sera réalisée au cas par cas dans les paragraphes suivants puisqu'elle dépend fortement de la structure du système. Son comportement est défini par une matrice  $M$  reliant les vitesses de rotation des ports. Dans le cas d'un système à un essieu moteur et deux machines électriques, elle s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ \omega_o \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \omega_{vi} \\ \omega_{vo} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Si l'on considère que ce transformateur est sans perte, on peut écrire la relation duale pour les couples :

$$\begin{bmatrix} T_{vi} \\ T_{vo} \end{bmatrix} = -M^T \begin{bmatrix} T_i \\ T_o \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Élément de stockage d'énergie : l'élément de stockage d'énergie électrique peut être décrit par :

$$\dot{E}_{capa} = -\omega_e T_e - \mathcal{P}_{loss} \quad (3.10)$$



où  $\omega_e$  est le vecteur des vitesses des machines électriques (dont la dimension dépend du nombre de machines),  $T_e$  celui de leurs couples et  $\mathcal{P}_{loss}$  l'ensemble des pertes des éléments électriques (machines, batterie, coupleurs...). Ce dernier terme est assimilable à une perturbation du système, au même titre que  $T_{dice}$  ou  $T_{dwh}$ . De plus, on sait que la tension  $U_{capa}$  est directement liée à  $E_{capa}$  par  $E_{capa} = \frac{1}{2}CU_{capa}^2$ . D'autre part on nomme  $P_{elec}$  la puissance électrique, égale à  $P_{elec} = -\omega_e T_e - \mathcal{P}_{loss}$ .

L'ensemble de ces équations nous aidera à construire les modèles des véhicules que nous allons étudier.

### 3.3.2 Etude de la puissance dérivée

Avant de voir la modélisation et les caractéristiques de plusieurs véhicules, il est utile de définir une notion : la puissance dérivée. Par la suite, elle nous permettra de faire apparaître les atouts de certaines structures. On la définit comme le rapport entre la puissance délivrée par une des machines électriques et celle fournie par le moteur thermique. On définit cette notion uniquement dans le cas des transmissions à dérivation de puissance (en particulier Prius, TIVA et HEAT que nous verrons par la suite).

#### 3.3.2.1 Pour une transmission continue (IVT)

Obtenir une représentation graphique de la puissance transitant par les machines électriques est un point essentiel de la conception de GMP hybrides (et par extension des CVT, éventuellement mécaniques, où  $K$  est le rapport du variateur). En effet, cela permet d'évaluer les efforts demandés aux machines. Pour cela, intéressons nous dans un premier temps à une architecture à dérivation de puissance ayant pour seul rôle celui de transmission, c'est à dire qu'elle n'accumule pas d'énergie ni n'en fournit. Dans ce cas, deux grandeurs prépondérantes sont liées : le taux de puissance dérivée  $P_d = -\frac{P_{vi}}{P_i}$ , qui transite par les deux machines électriques, et le rapport  $K$  entre la vitesse des roues et celle du moteur thermique. Celui-ci est également appelé le rapport de boîte. Les puissances ainsi déterminées (positives ou négatives) sont celles délivrées en statique et ne prennent pas en compte les phénomènes transitoires. Elles ne représentent donc qu'une idée des puissances que l'on est susceptible de demander aux machines, puisqu'elles

pourront être différentes en transitoire. On peut établir la relation suivante :

$$P_d = (a + bK)(c - \frac{d}{K}) \quad (3.11)$$

où  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des constantes dont l'expression est donnée ci-dessous. Pour démontrer cette relation, on considère le transfert suivant, entre les quatre ports de la chaîne cinématique du système (qui est en fait l'expression de la matrice  $M$  que nous avons vu précédemment) :

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ \omega_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{vi} \\ \omega_{vo} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

On a alors les relations suivantes :

$$\omega_{vi} = \frac{D}{AD - BC}\omega_i + \frac{-B}{AD - BC}\omega_o = a\omega_i + b\omega_o \quad (3.13)$$

$$T_{vi} = -(AT_i + CT_o) = -(cT_i + dT_o) \quad (3.14)$$

Ce qui conduit aux égalités suivantes :

$$P_d = -\frac{P_{vi}}{P_i} = -\frac{\omega_{vi}T_{vi}}{\omega_iT_i} = \frac{a\omega_i + b\omega_o}{\omega_i} \frac{cT_i + dT_o}{T_i} \quad (3.15)$$

D'autre part si on nomme  $K = \frac{\omega_o}{\omega_i}$  et  $K_T = \frac{T_o}{T_i}$ , on a la relation (en mode transmission pure) :

$$KK_T = \frac{-P_{wh}}{P_{ice}} = -1$$

D'où

$$P_d = (a + bK)(c - \frac{d}{K})$$

### 3.3.2.2 Pour les structures hybrides

Les choses sont légèrement différentes en ce qui concerne les GMP hybrides. En effet, Le rapport  $P_d$  n'a plus la même valeur que précédemment puisque les puissances transitant par les deux machines électriques sont a priori différentes. En effet, la batterie stocke ou fournit de la puissance, en fonction des phases de fonctionnement. Il faut maintenant s'intéresser à  $P_{de1}$  et  $P_{de2}$ , les taux de puissance transitant respectivement par les machines 1 et 2.

En ce qui concerne la première machine, les calculs sont très proches de ceux vus précédemment, mis à part que dorénavant, si  $P_{elec}$  est la somme des puissances des machines électriques, on a :

$$KK_T = \frac{-P_{wh}}{P_{ice}} = -(1 + \frac{P_{elec}}{P_{ice}})$$

En considérant les mêmes expressions de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  que précédemment, on obtient l'expression suivante :

$$P_{de1} = (a + bK)(c - \frac{d}{K}(1 + \frac{P_{elec}}{P_{ice}})) \quad (3.16)$$

Pour la seconde machine, l'expression précédente reste valable, mais les expressions de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  changent. Ici :

$$P_{de2} = (a' + b'K)(c' - \frac{d'}{K}(1 + \frac{P_{elec}}{P_{ice}})) \quad (3.17)$$

avec  $a' = \frac{A}{AD-BC}$ ,  $b' = -\frac{C}{AD-BC}$ ,  $c' = B$  et  $d' = D$ .

Nous verrons les profils des taux de puissance dérivée correspondant à plusieurs structures.

### 3.4 Etude d'un ensemble de structures hybrides

Dans cette partie, un ensemble de véhicules hybrides est présenté. Pour certains, il s'agit de véhicules commercialisés à grande échelle, comme la Toyota Prius, le Lexus *RX400h* ou la Honda Insight. Les autres sont choisis de manière à balayer les familles d'hybrides en fonction de leur spécificité : nombre de machines électriques, d'essieux moteur ou de boîtes de vitesse. Cela nous permettra de montrer qu'une modélisation unique est possible, même dans le cas de structures éloignées.

#### 3.4.1 Architecture série

Commençons tout d'abord par les architectures séries. Elle peuvent également être vues comme des groupes moto-propulseurs électriques munis d'un "range extendeur". Le rôle de ce dernier est d'augmenter l'autonomie du véhicule ; il est composé d'un moteur thermique et d'une génératrice. Un exemple de réalisation

d'un tel système est la Renault Kangoo elect'road, vendu en 2003 en Europe. Le range extender de ce véhicule était composé d'un moteur thermique de  $500\text{cm}^3$  et d'une génératrice de 11kW.

Si on considère un rapport de vitesse  $\rho$  entre le moteur thermique et la génératrice, et un rapport de vitesse  $\alpha$  entre la génératrice et les roues, on obtient la matrice  $M$  suivante :

$$M = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

On remarque que cette matrice est diagonale. Cette propriété est la conséquence du découplage mécanique entre la partie motrice et le range extender.

### 3.4.2 Architecture parallèle (*Honda Insight*)

Etudions maintenant le cas des hybrides parallèles. Pour cela, prenons le cas de la Honda Insight, un des premiers véhicules hybrides commercialisés à grande échelle. Sa structure, à une machine électrique, est également utilisée par plusieurs autres grands constructeurs automobiles, dont Nissan. L'architecture de ce véhicule est la plus simple imaginable pour un hybride : un moteur électrique est placé à la sortie du moteur thermique, en parallèle. Ce système est appelé "integrated motor assist". D'autre part une CVT à courroie métallique, nommée "V-belt", remplace la boîte traditionnelle (le véhicule était aussi vendu avec une boîte de vitesse manuelle, mais nous n'étudierons pas ce cas). Au sein de cette transmission, des poulies changent de diamètre afin de fixer le rapport de transformation. Pour des raisons pratiques (arrêt du véhicule, marche arrière), le véhicule comporte un embrayage et un système d'inversion de la vitesse de rotation de l'arbre. Cette architecture a été reprise dans la Honda Civic hybride.

Une Honda Insight comporte donc (figure 3.5) :

- un moteur thermique (à 3 cylindres) de 1L de cylindrée développant 71 chevaux (50kW),
- un moteur électrique synchrone à aimants permanents de 13 chevaux (PMSG)

de 10kW),

- un système de contrôle du moteur électrique (convertisseur DC/DC, onduleur),
- une batterie de 144V Nickel métal,
- et enfin une transmission continûment variable à courroie métallique (système "V-belt").

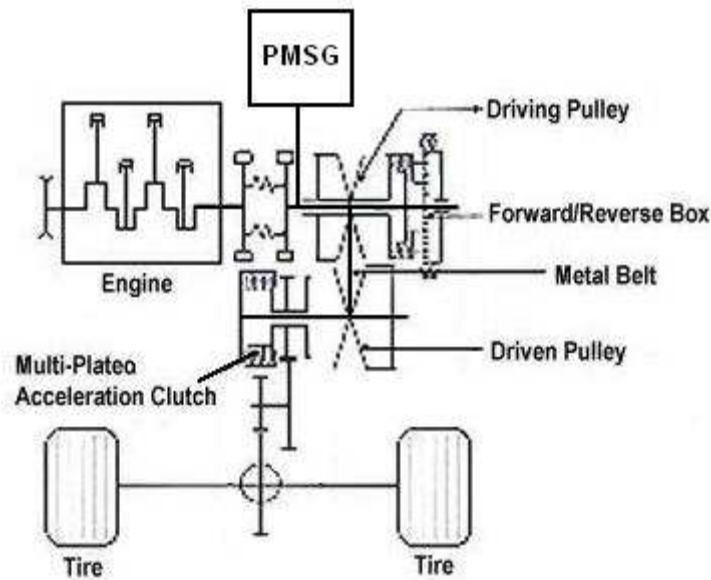


FIGURE 3.5 – Représentation du GMP de la Honda Insight

Intéressons nous au comportement mécanique du système. Pour prendre en compte sa spécificité, il faut exprimer la matrice  $M$ , reliant les vitesses aux bornes de la chaîne cinématique. Puisqu'il n'y a qu'une machine électrique, celle-ci est de dimension  $2 \times 1$ . En considérant un rapport de variateur  $\alpha$ , la transmission est telle que (figure 3.6) :

$$\omega_i = \rho \omega_e = \frac{1}{\alpha} \omega_o \quad (3.19)$$

$$T_{vi} = -\rho T_i - \rho \alpha T_o \quad (3.20)$$

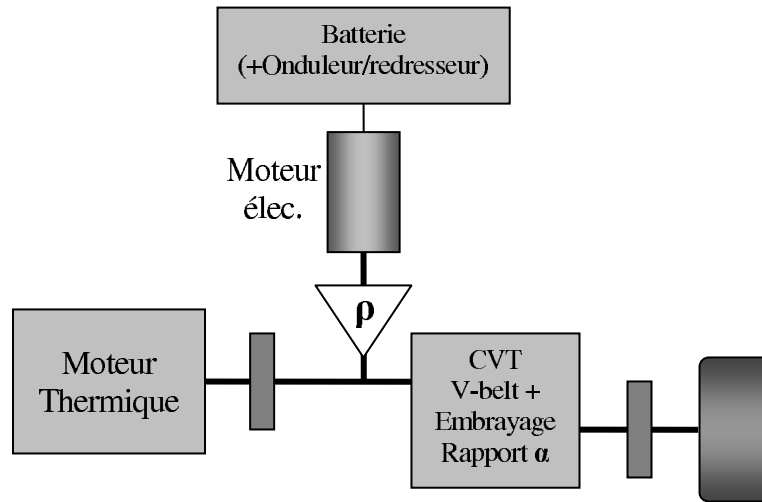


FIGURE 3.6 – Schéma de principe de la chaîne cinématique de la Honda Insight

La matrice  $M$  s'exprime donc de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ \omega_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \alpha\rho \end{bmatrix} \omega_e \quad (3.21)$$

Le principal désavantage de ce type de structures est le fait qu'elles présentent peu de degrés de liberté en ce qui concerne le point de fonctionnement. Ceci peut être néfaste pour l'optimisation de leurs performances (consommation, agrément de conduite...). Ceci est dû à deux faits : les vitesses du moteur thermique et de la machine électrique sont proportionnelles, et il n'y a qu'une machine électrique (ce qui empêche une répartition des puissances électriques). Dans le cas de la Honda Insight, ce défaut est compensé par la haute qualité de ses composants et de son design (moteur thermique léger, aérodynamisme...). Dans cette mesure, Honda annonce des consommations de l'ordre de  $3,5L$  pour  $100km$ .

### 3.4.3 Architecture parallèle à 4 roues motrices

Par extension, on peut considérer une architecture parallèle à laquelle on ajoute une machine électrique sur le train arrière. Ceci fera de la structure un véhicule à 4 roues motrices. On l'appellera  $4WD$  pour 4 wheel drive. Il est important de noter

qu'au niveau structurel, les trains avant et arrière sont mécaniquement découplés. De plus on imagine le cas où le couple est transmis aux roues avant via une boîte robotisée (BVR) de rapport courant  $\alpha$ . Les deux moteurs électriques sont reliés à une batterie.

Au sein de cette structure, le moteur électrique avant joue le rôle d'alternodémarrreur, tandis que le moteur arrière participe complètement à la propulsion du véhicule.

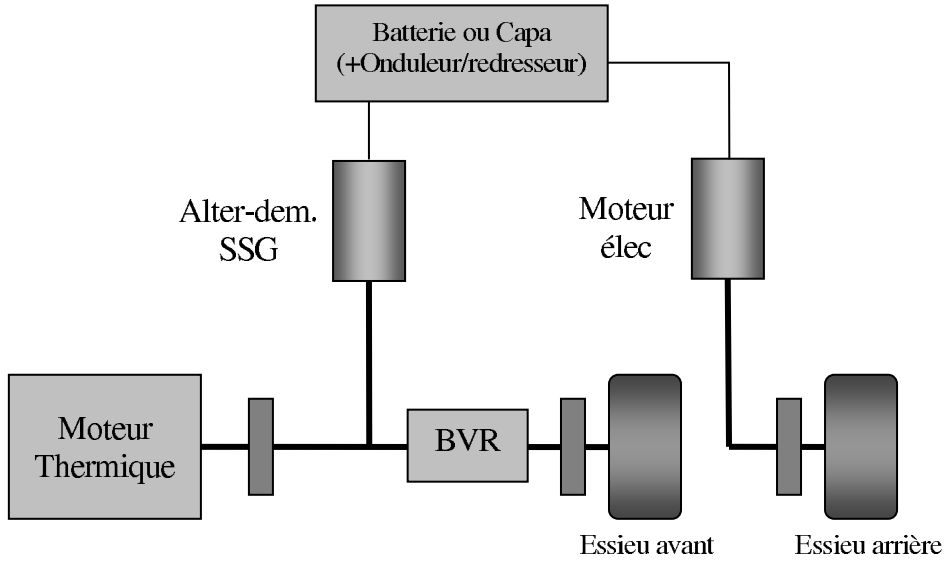


FIGURE 3.7 – Architecture du système 4WD

La nature 4 roues motrices de cette structure modifie la structure de sa chaîne cinématique. En effet, celle-ci a dorénavant 5 ports (2 machines, le moteur et deux essieux). Les équations régissant le comportement de cette chaîne cinématique sont les suivantes (figures 3.7 et 3.8) :

$$\omega_o^{ar} = \rho \omega_{e2} \quad (3.22)$$

$$\omega_o^{av} = \alpha \rho_{ssg} \omega_{e1} = \alpha \omega_i \quad (3.23)$$

$$T_o^{ar} = \frac{1}{\rho} T_{vo} \quad (3.24)$$

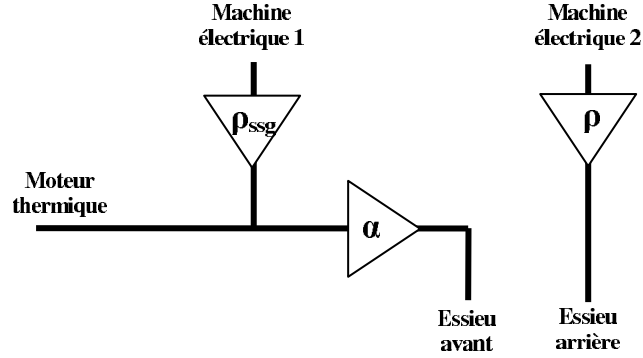


FIGURE 3.8 – Chaîne cinématique du système 4WD

$$T_o^{av} = \frac{1}{\alpha} \left( T_i + \frac{1}{\rho_{ssg}} T_{vi} \right) \quad (3.25)$$

La matrice  $M$  caractérisant la chaîne cinématique s'exprime donc de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ \omega_o^{av} \\ \omega_o^{ar} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{ssg} & 0 \\ \alpha \rho_{ssg} & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

#### 3.4.4 Architectures mixtes

Nous nous intéressons maintenant aux architectures mixtes. Celles-ci sont les plus répandues sur le marché. On en citera 3 afin de montrer leur diversité : la Toyota Prius, véhicule hybride le plus vendu au monde, une structure à l'étude chez Renault (TIVA) et une structure proposée par GM. Ces systèmes ont une architecture mixte utilisant deux machines électriques, et ont un seul essieu moteur. Dans ce cas, la chaîne cinématique est représentée par une matrice  $M$  liant les propriétés des 4 organes : le moteur thermique, les roues et les machines électriques. Les termes de  $M$  dépendent de l'architecture de la chaîne cinématique. Les autres organes sont identiques d'un modèle à l'autre.



#### 3.4.4.1 *Toyota Prius*

Le véhicule hybride qui arriva en premier sur le marché est aujourd'hui le plus vendu (environ 800 000 unités vendues dans le monde). Il s'agit de la Toyota Prius, commercialisée dès 1997 au Japon et aux États-Unis, puis en Europe en 2000. Son architecture mixte permet d'obtenir une économie en consommation proche de 40%, et donc une baisse équivalente des émissions de  $CO_2$ . Ce véhicule comporte (figures 3.9 et 3.10) :

- un moteur thermique (à 4 cylindres) de 1.5L de cylindrée développant 78 chevaux,
- une machine électrique synchrone à aimants permanents de 68 chevaux,
- un système de contrôle du moteur électrique (convertisseur DC/DC, onduleur),
- une génératrice, utilisé au démarrage et pour le contrôle de la transmission,
- une batterie de 202V Nickel/hydrure métal, placée sous le coffre,
- et enfin d'une transmission infiniment variable à 1 train épicycloïdal.

Pour cette architecture, la matrice  $M$  a pour expression :

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & D \end{bmatrix}$$

Les valeurs des coefficients A, B et D sont directement issues de la géométrie du train épicycloïdal et des rapports de réduction. En regardant la structure précise de cette architecture, on peut déterminer l'expression de  $M$ . La figure 3.11 présente cette structure et les conventions adoptées pour les calculs.

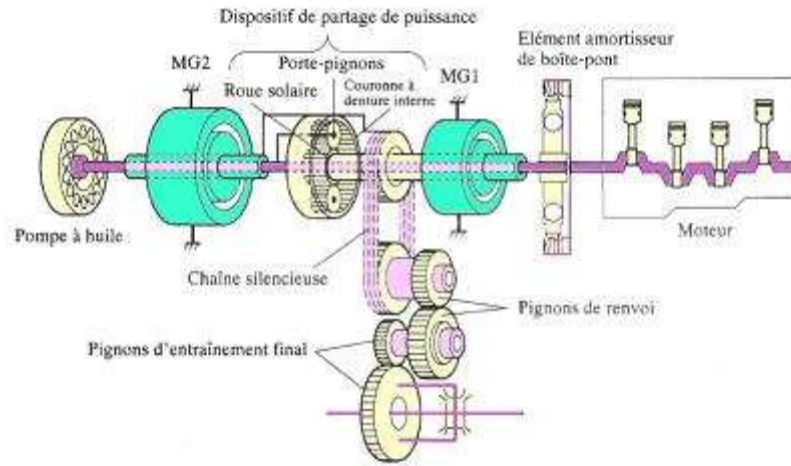


FIGURE 3.9 – Architecture de la Toyota Prius

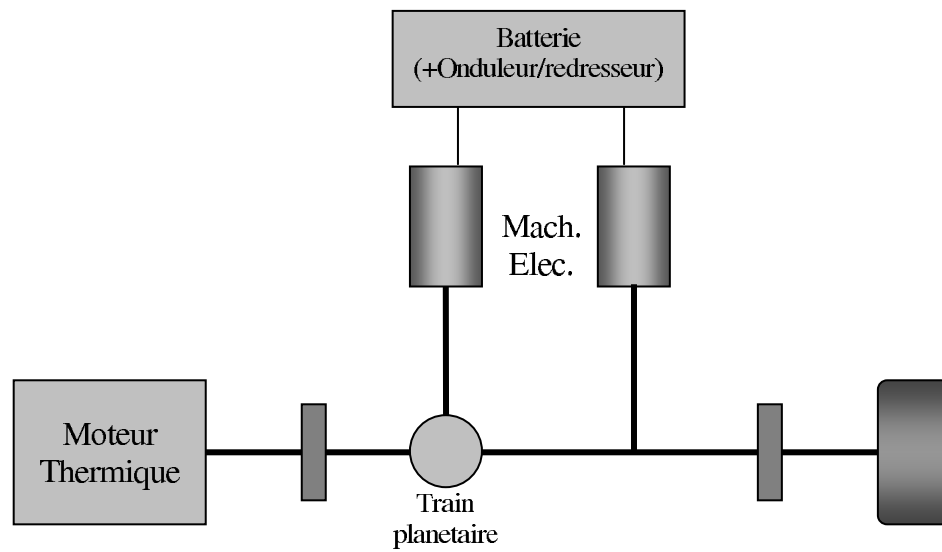


FIGURE 3.10 – Schéma de fonctionnement du GMP de la Toyota Prius

On a, si  $\omega_p = a\omega_s + b\omega_r$  ( $a$  et  $b$  étant liés au train épicycloïdal) :

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \frac{K_{vi}}{K_i} & \frac{b}{K_{vo}} \\ 0 & \frac{K_o}{K_{vo}} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Pour cette structure, on peut tracer les puissances transitant par les machines électriques en fonction du rapport de la transmission. Ici, on a moins de contraintes

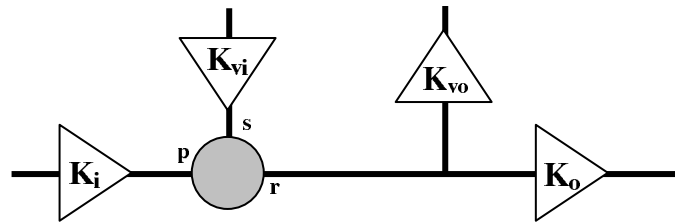


FIGURE 3.11 – Notation au sein de la Chaîne cinématique de la Toyota Prius

sur les vitesses des machines que pour une architecture parallèle. Mais la structure impose des puissances plus élevées pour les machines électriques. Les figures 3.12 et 3.13 présentent les profils de puissances respectivement fournis par la structure à  $M_{e1}$  et  $M_{e2}$ , en fonction de  $K$  (rapport entre les vitesses du moteur thermique et des roues). Chaque courbe correspond à un niveau de puissance stockée, celui-ci augmentant de bas en haut. Ces courbes sont qualitatives mais donnent une vision du fonctionnement de la structure. On voit par exemple qu'à un rapport de transmission donné, la puissance de la machine 1 est constante quelle que soit la puissance stockée ou fournie.

On voit que pour certains rapports de transformation (forts et faibles), les puissances demandées aux machines électriques sont assez élevées (elle peuvent atteindre  $\pm 1.5$ ). Cela implique qu'il est nécessaire d'utiliser des machines électriques puissantes.

#### 3.4.4.2 L'hybride bi-mode

La structure générale de l'hybride bi-mode est proche de celle de la Toyota Prius. Sa principale spécificité se situe dans la nature de la chaîne cinématique : celle-ci comporte plusieurs trains planétaires, ce qui permet la mise en place de deux modes de fonctionnement mécanique. C'est donc un hybride bi-mode. Cet aspect est très important puisqu'il permet d'obtenir des performances équivalentes avec des machines électriques moins puissantes (et donc plus petites et moins chères).

Deux structures bi-mode sont étudiées par Renault : HEAT et TIVA pour *transmission infiniment variable*. Ces deux transmissions se distinguent par :

- la partie mécanique et le système de changement de mode mécanique,

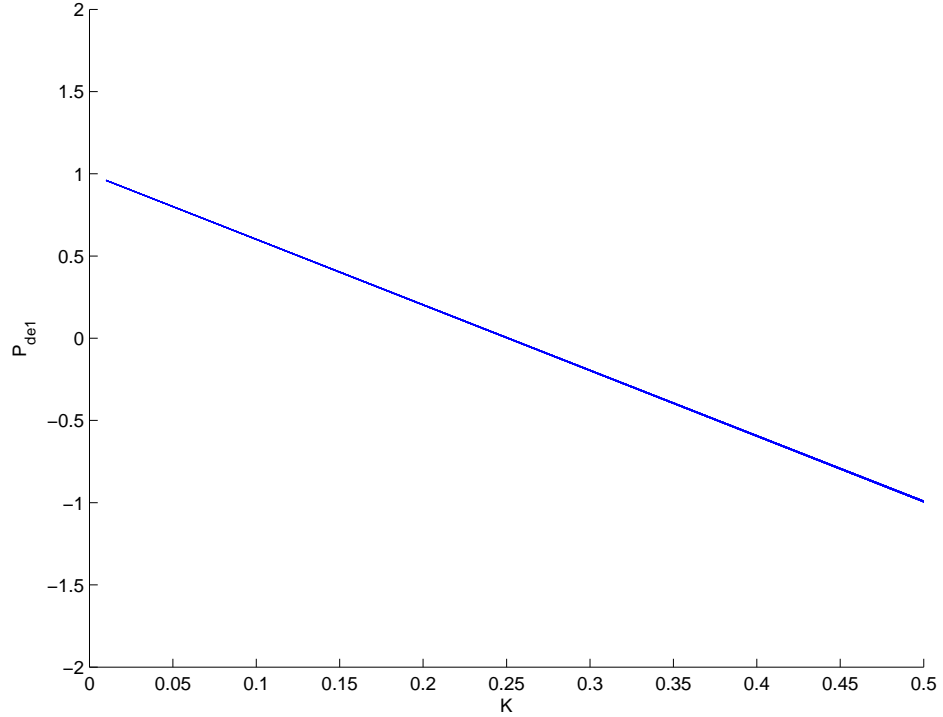


FIGURE 3.12 – Taux de puissance fournie à  $M_{e1}$  en fonction de  $K$  pour un rapport  $P_{elec}/P_{ice}$  entre  $-0.5$  et  $0.5$ , pour la Prius

- la batterie, de technologie lithium-ions pour HEAT, remplacée par une super-capacité pour TIVA.

Pour ces véhicules, la matrice  $M$  prend deux valeurs suivant le mode de fonctionnement (vitesse basse ou vitesse élevée) :

$$M = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \text{ en mode 1, et } M = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \text{ en mode 2.}$$

Au sein de cette équation, les coefficients  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $D_i$  découlent directement de la géométrie des trains planétaires. A cela s'ajoutent des contraintes liées au changement de mode. En effet, il faut que cela se fasse de manière transparente vis à vis du conducteur.

**3.4.4.2.1 TIVA** Ici, deux embrayages,  $B_1$  et  $B_2$ , pilotent le changement de mode. En mode 1,  $B_1$  est fermé,  $B_2$  est libre, en mode 2,  $B_2$  est fermé,  $B_1$  est

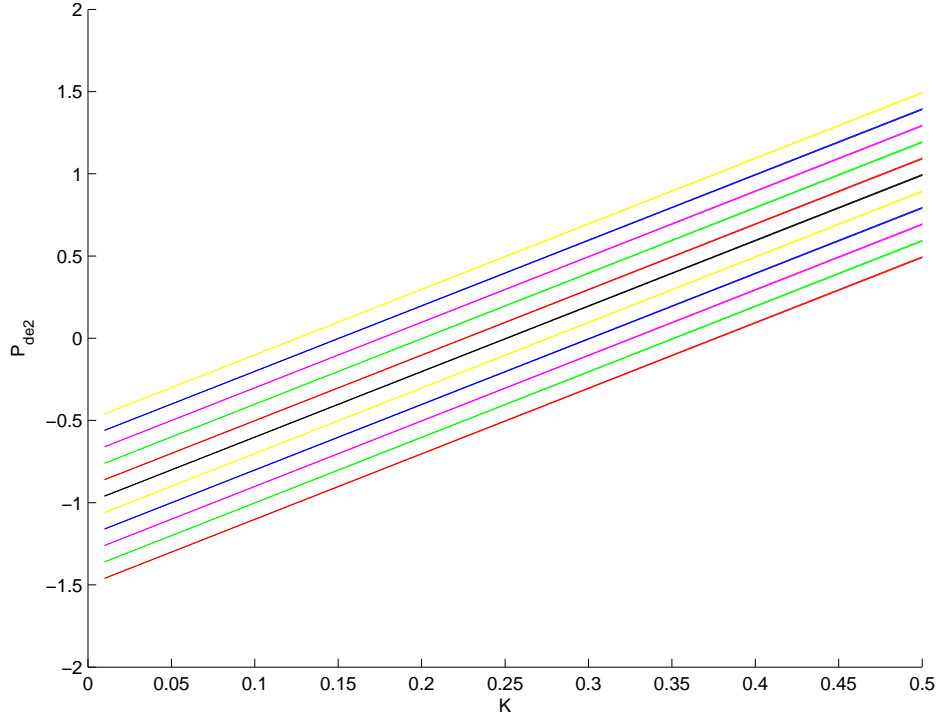


FIGURE 3.13 – Taux de puissance fournie à  $M_{e2}$  en fonction de  $K$  pour un rapport  $P_{elec}/P_{ice}$  entre  $-0.5$  et  $0.5$ , pour la Prius

libre. Si on pose, pour un train épicycloïdal  $k$  l'expression  $\omega_p = a_k \omega_s + b_k \omega_r$  on a pour TIVA (4 trains épicycloïdaux, voir figure 3.14) :

En mode 1 :

$$M = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{vi}}{K_i} \frac{b_1 a_2 - \frac{a_1 b_b b_c}{a_c}}{1 - b_2 b_1} & \frac{1}{K_{vo} K_i} \frac{a_1 a_b}{1 - b_2 b_1} \\ K_{vi} K_o \frac{a_2 + b_1 a_2 b_2 - \frac{a_1 b_b b_c b_2}{a_c}}{1 - b_2 b_1} & \frac{K_o}{K_{vo}} \frac{b_2 a_1 a_b}{1 - b_2 b_1} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

En mode 2 :

$$M = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{vi}}{K_i} \frac{b_1 a_2}{1 - b_2 b_1} & \frac{1}{K_{vo} K_i} \frac{a_1 a_b}{1 - b_2 b_1} \\ K_{vi} K_o \frac{a_2}{1 - b_2 b_1} & \frac{K_o}{K_{vo}} \frac{b_2 a_1 a_b}{1 - b_2 b_1} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

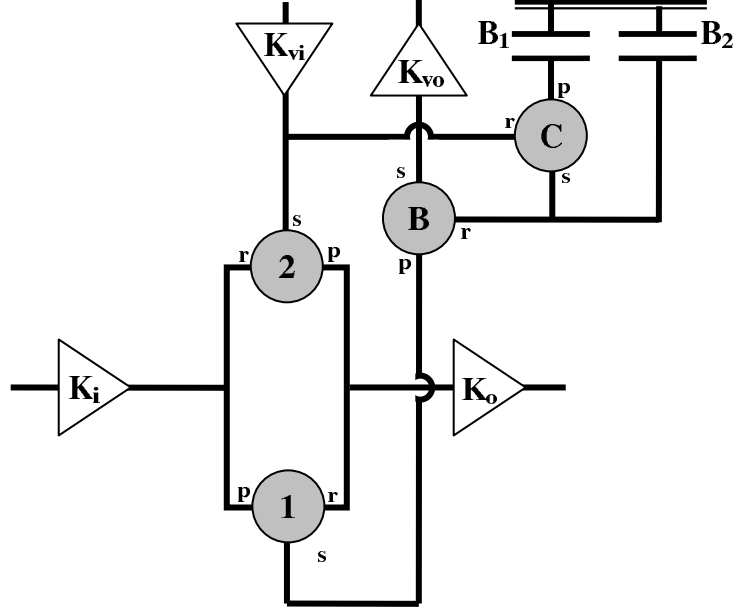


FIGURE 3.14 – Chaîne cinématique TIVA

On remarque que l'on a  $B_1 = B_2$  et  $D_1 = D_2$ . Cette condition est en fait indispensable à l'obtention d'un changement de mode "doux". En effet, on veut que les vitesses  $\omega_i$ ,  $\omega_o$ ,  $\omega_{vi}$  et  $\omega_{vo}$  soient continues lors d'un changement de mode. D'autre part, il est indispensable qu'au moins une des machines électriques soit à l'arrêt lors d'un changement de mode (condition liée à l'enclenchement d'engrenages de la structure, voir [PG04] ou [Vil04]). Cela se traduit par le fait qu'il faut soit  $B_1 = B_2$  et  $D_1 = D_2$ , soit  $A_1 = A_2$  et  $C_1 = C_2$ . La première solution a été retenue.

Pour cette structure, on peut s'intéresser aux puissances transitant par les machines électriques en fonction du rapport de la transmission. En effet, la structure impose des contraintes sur les puissances des machines électriques. Les figures 3.15 et 3.16 présentent les profils des puissances respectivement fournies par la structure à  $M_{e1}$  et  $M_{e2}$ , en fonction de  $K$  (rapport entre les vitesses du moteur thermique et des roues). Chaque courbe correspond à un niveau de puissance stockée, celui-ci augmentant de bas en haut. Ces courbes correspondent à la structure TIVA. Les

choses seront qualitativement les mêmes pour HEAT, elles nous intéressent donc aussi pour l'étude de cette seconde structure.

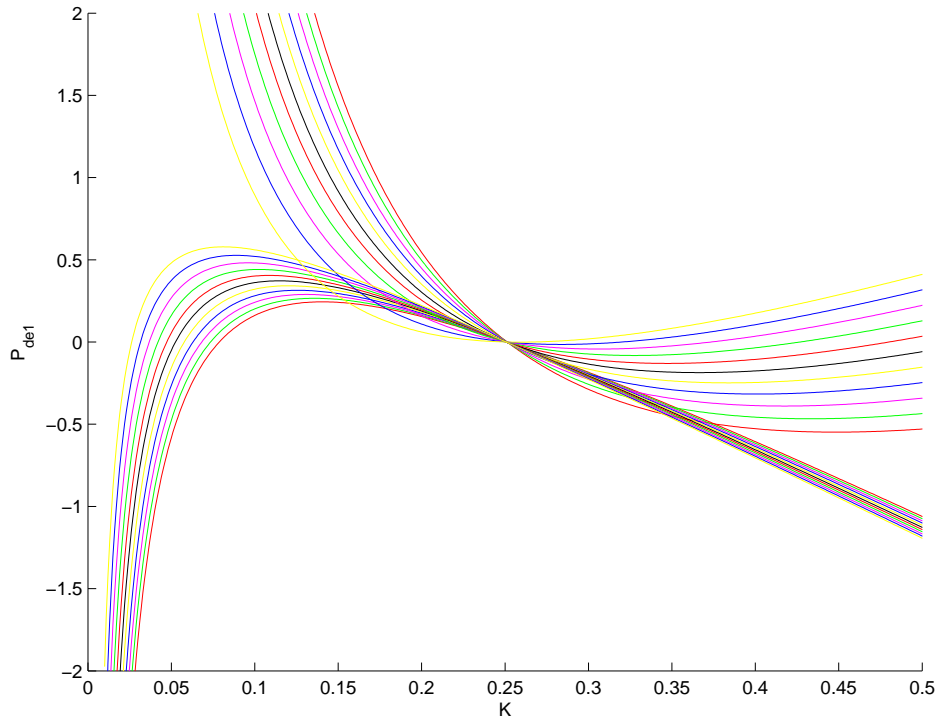


FIGURE 3.15 – Taux de puissance fournie à  $M_{e1}$  en fonction de  $K$  pour  $P_{elec}/P_{ice}$  entre  $-0.5$  et  $0.5$ , pour TIVA (et HEAT qualitativement)

Sur les deux figures, on visualise les deux modes, correspondant à deux familles de courbes. Sur chacune d'elles, le groupe de courbes qui coupe l'axe des abscisses pour  $K$  proche de  $0.05$  correspond au mode 1. On voit que le fait d'avoir deux modes de fonctionnement permet d'obtenir une plage assez large (quasiment de  $K = 0.05$  à  $K = 0.5$ ) durant laquelle les valeurs des  $P_{dei}$  n'excèdent pas  $0.5$  (en valeur absolue). Ainsi on obtient un comportement satisfaisant pour des machines de relativement faible puissance.

**3.4.4.2.2 HEAT** L'architecture de la transmission HEAT est présentée par la figure 3.17 et 3.18. Elle est également pilotée par deux embrayages. Le système est en mode 1 quand  $B1$  est fermé et  $B2$  ouvert, et vice versa pour le mode 2. Au sein de l'architecture HEAT, le train B, combiné aux deux freins, joue tantôt le rôle

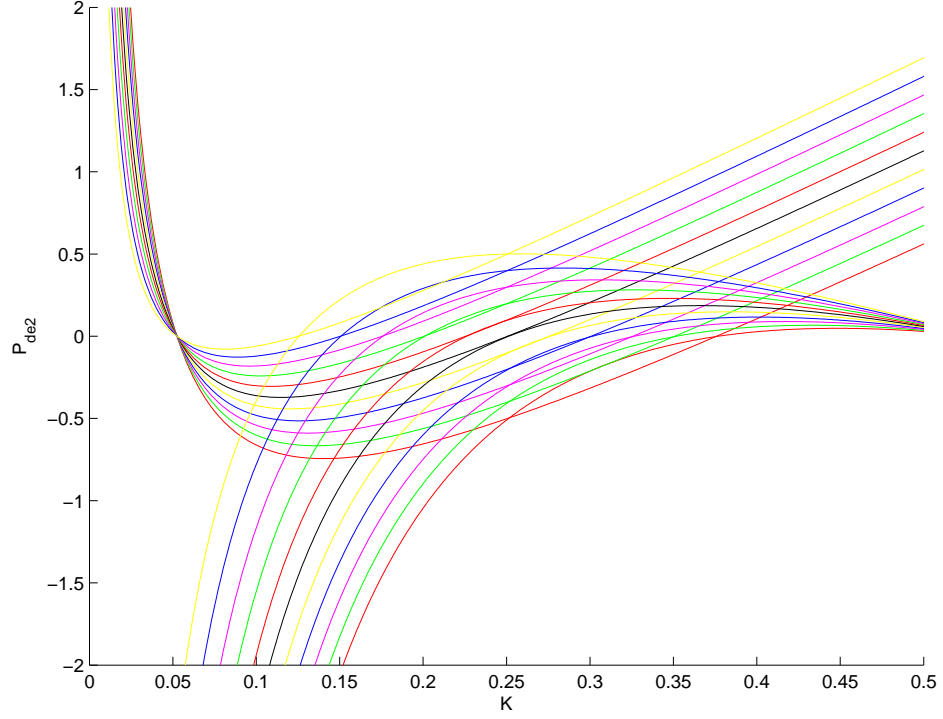


FIGURE 3.16 – Taux de puissance fournie à  $M_{e2}$  en fonction de  $K$  pour  $P_{elec}/P_{ice}$  entre  $-0.5$  et  $0.5$ , pour TIVA (et HEAT qualitativement)

de rapport 1, tantôt celui d'inverseur. Cela se traduit par la relation  $a_B = b_B = \frac{1}{2}$ . L'étude de cette structure nous donne alors l'expression de  $M$  suivante :

En mode 1 :

$$M = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a_1}{b_1} \frac{K_{vi}}{K_i} & -\frac{1}{b_1} \frac{1}{K_{vo}K_i} \\ -\frac{a_1 a_2}{b_1} K_{vi} K_o & (b_2 - \frac{a_2}{b_1}) \frac{K_o}{K_{vo}} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

En mode 2 :

$$M = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a_1}{b_1} \frac{K_{vi}}{K_i} & \frac{1}{b_1} \frac{1}{K_{vo}K_i} \\ -\frac{a_1 a_2}{b_1} K_{vi} K_o & (b_2 + \frac{a_2}{b_1}) \frac{K_o}{K_{vo}} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$



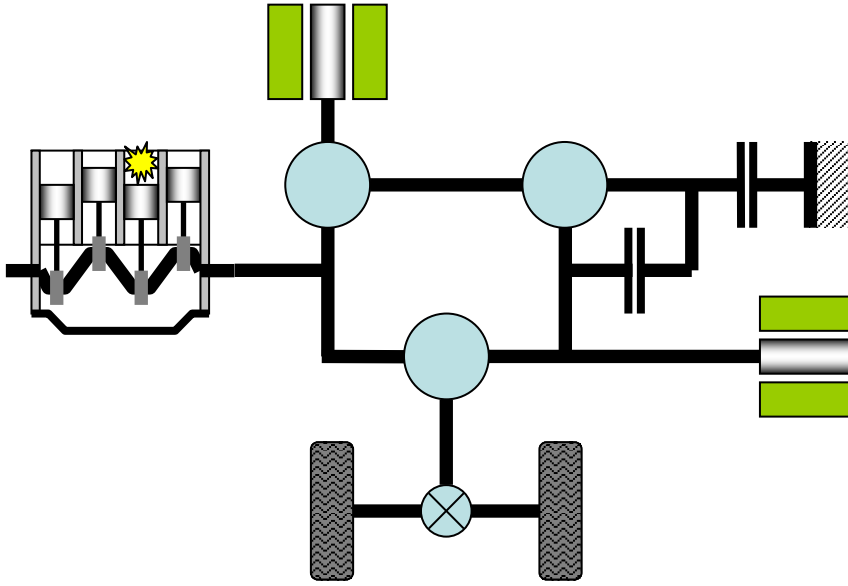


FIGURE 3.17 – Architecture de l'hybride HEAT

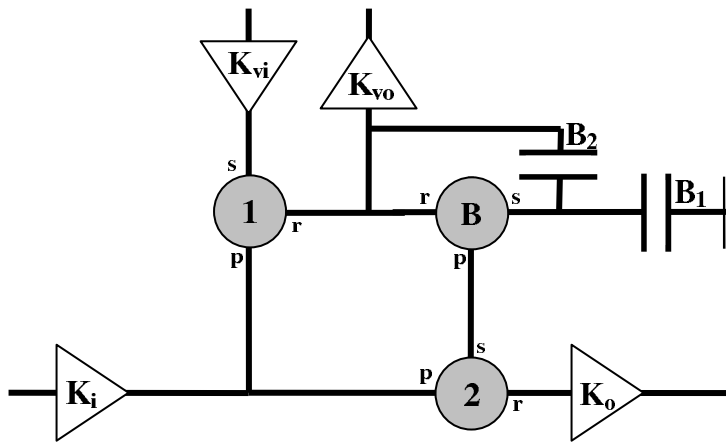


FIGURE 3.18 – Chaîne cinématique HEAT

**3.4.4.2.3 Hybride bi-mode GM** Une structure étudiée et proposée par General Motors (GM) est assez proche de TIVA et HEAT. En effet cette architecture est bi-mode, comporte deux machines électriques et ne diffère que par la valeur de la matrice  $M$ . La figure 3.19 la décrit.

Compte tenu des conventions de la figure 3.19, on trouve la valeur de  $M$ . Les

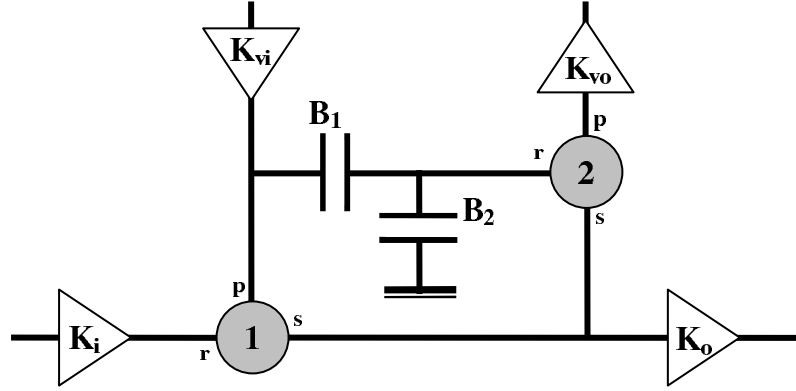


FIGURE 3.19 – Chaîne cinématique GM

dénominations des modes restent les mêmes, c'est à dire qu'en mode 1,  $B_1$  est fermé et  $B_2$  ouvert, et l'inverse pour le mode 2.

En mode 1 :

$$M = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{vi}}{K_i} \left( \frac{1}{b_1} + \frac{a_1 b_2}{a_2 b_1} \right) & -\frac{1}{K_{vo} K_i} \frac{a_1}{a_2 b_1} \\ -K_{vi} K_o \frac{b_2}{a_2} & \frac{K_o}{K_{vo}} \frac{1}{a_2} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

En mode 2 :

$$M = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{vi}}{K_i} \frac{1}{b_1} & -\frac{1}{K_{vo} K_i} \frac{a_1}{a_2 b_1} \\ 0 & \frac{K_o}{K_{vo}} \frac{1}{a_2} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

En ce qui concerne les puissances demandées aux machines électriques, les courbes ont, pour le mode 1, les mêmes allures que celles de TIVA. Pour le mode 2, elles ont la même allure que celles de la Prius. On voit que cela limite (moins que pour TIVA) les efforts des machines et donc leur dimensionnement. Une autre structure a été imaginée par GM, combinant à la fois des modes à rapport variable comme ceux que nous venons de voir et 4 modes à rapports fixes. Celles-ci est présentée dans [CSPV08].

### 3.4.5 Architecture mixte à 4 roues motrices (Lexus *RX400h*)

Etudions maintenant la structure du GMP de la Lexus *RX400h*. La marque Lexus est une marque haut de gamme appartenant au groupe Toyota. C'est donc naturellement que la structure de ce véhicule est proche de celle de la Prius. Ce véhicule comporte trois machines électriques. A l'avant, on retrouve l'architecture de la Prius ; à l'arrière vient se greffer une troisième machine électrique, permettant un fonctionnement à 4 roues motrices (voir 3.20).

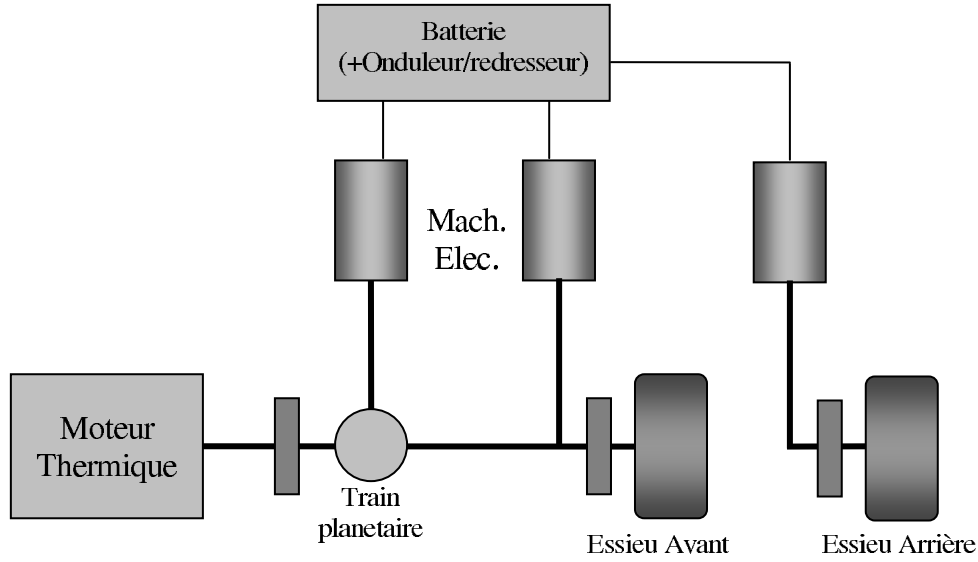


FIGURE 3.20 – Chaîne cinématique du système *RX400h*

Comme cette structure a deux essieux moteurs et trois machines électriques, sa chaîne cinématique a 6 ports. Son expression est proche de celle que nous avons posée pour la Toyota Prius. Toutefois elle ne lie pas tout à fait les mêmes variables. En effet, si  $\rho$  est le rapport entre la machine 3 et les roues arrières, et que l'on reprend les conventions de la Prius pour l'essieu avant,  $M$  est telle que :

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ \omega_o^{av} \\ \omega_o^{ar} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \frac{K_{vi}}{K_i} & \frac{b}{K_{vo}} & 0 \\ 0 & \frac{K_o}{K_{vo}} & 0 \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ \omega_{e3} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

### 3.5 Modélisation universelle des hybrides

Dans les paragraphes précédents, nous avons vu les équations régissant le comportement des organes composant un hybride. Il est maintenant possible de déterminer un modèle universel. Le nombre de machines et d'essieux moteurs, ainsi que l'expression de la matrice  $M$  caractériseront alors le véhicule. Dans cette mesure, rappelons que les matrices  $b_e$ ,  $\omega_e$ ,  $T_e$ ,  $J_e$ ,  $T_o$ ,  $k_o$  et  $M$  sont de dimensions dépendant du système. Rappelons qu'on se place dans le cas d'un système avec DCDC lent et que dans d'autres cas le modèle pour la synthèse du COS serait différent.

Le modèle ainsi obtenu s'exprime :

$$\begin{aligned} \dot{X} = & \begin{bmatrix} -\frac{b_{ice}}{J_{ice}} & 0 & 0 & -\frac{1}{J_{ice}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{wh}}{J_{wh}} & 0 & 0 & -\frac{1}{J_{wh}} & 0 \\ 0 & 0 & -b_e J_e^{-1} & [J_e^{-1} M^T] & 0 & 0 \\ k_i & 0 & -\begin{bmatrix} k_i & 0 \\ 0 & k_o \end{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_o & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J_{ice}} \\ 0 & 0 \\ J_e^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\omega_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_e \\ T_{ice} \end{bmatrix} \quad (3.35) \\ & + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{ice}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{wh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ \mathcal{P}_{loss} \end{bmatrix} \\ Y = & \begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ T_o \\ E_{capa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X \end{aligned}$$

Le vecteur d'état  $X$  réunit les grandeurs physiques suivantes :

$$X = \begin{bmatrix} \omega_{ice} & \omega_{wh} & \omega_e & T_i & T_o & E_{capa} \end{bmatrix}^T$$

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu un certain nombre de structures hybrides. Grâce à l'étude de celles-ci, nous avons obtenu un modèle universel pour les groupes moto-propulseur hybrides, qu'ils soient dits séries, parallèles ou mixtes. Dans la suite de l'étude, nous allons nous servir de ce modèle pour synthétiser des lois de commande ou étudier les spécificités d'un groupe moto-propulseur. Bien que celle-ci se focalise sur un exemple (TIVA), les outils utilisés seront réutilisables pour

d'autres structures, puisqu'ils se basent sur ce modèle général.





## Chapitre 4

# Etude approfondie du modèle d'une transmission : TIVA

### Contents

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>101</b>
<b>4.2</b>	<b>Prise en compte des amortissements mécaniques</b>	<b>101</b>
4.2.1	Mise en évidence de la nécessité de la prise en compte des amortissements mécaniques	101
4.2.2	Amélioration du modèle	102
4.2.3	Pôles du système prenant en compte les amortissements	103
<b>4.3</b>	<b>Simplification du modèle</b>	<b>106</b>
<b>4.4</b>	<b>Structure du COS pour TIVA</b>	<b>108</b>
4.4.1	Structure générale	109
4.4.2	Proposition de nouvelle structure à 2 étages	109
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>113</b>

---





## 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier plus en détail une des structures introduites à la fin du chapitre 3 : TIVA. Celle-ci a été brièvement présentée précédemment et nous allons voir certaines de ses caractéristiques de manière plus précise. TIVA est un hybride bi-mode à deux machines électriques et un essieu moteur. C'est un hybride mixte ou à dérivation de puissance. Pour plus de détails on pourra se référer à [PG04] ou [Vil04]. Cette structure est celle qui est étudiée dans le reste de la thèse.

Pour l'étude de cette structure, on ne considère qu'un mode mécanique (il n'y a donc pas de changement de mode). De plus, on ne s'intéresse qu'à la synthèse du COS. Après l'avoir présentée, nous proposerons une structure pour sa commande à deux étages et présentant certains avantages.

## 4.2 Prise en compte des amortissements mécaniques

### 4.2.1 Mise en évidence de la nécessité de la prise en compte des amortissements mécaniques

A partir des caractéristiques du système, notamment de l'expression de la matrice  $M$ , et du modèle universel (voir 3.35), nous avons obtenu un modèle de TIVA<sup>1</sup>. Il s'appuie sur des équations ne décrivant que le comportement général des organes ; il ne reproduit donc qu'une partie du comportement du système réel. Nous n'avons par exemple qu'une faible connaissance des perturbations du système. D'autre part certains comportements transitoires ont été écartés, comme les amortissements des liaisons élastiques représentant les arbres et le volant amortisseur.

L'étude du modèle de TIVA montre que cette dernière caractéristique, la prise en compte des amortissements, a un effet non négligeable sur le comportement du système. En effet, si on étudie le modèle du système sans prendre en compte ces derniers, on voit que celui-ci présente deux paires de pôles complexes très mal amortis (situées à 54.1 et 115rad/s avec des amortissements de l'ordre de  $10^{-4}$ ).

---

1. Les différents paramètres ont soit été mesurés soit découlent directement de la définition des éléments lors de la conception de la transmission

[PG04] détaille un ensemble de propriétés de ce modèle et présente les pôles du système :

Valeur Propre	Amortissement	Freq.(rad/s)
$-1.22.10^{-2}$	1	$1.22.10^{-2}$
$-2.13.10^{-2}$	1	$2.13.10^{-2}$
$-7.44.10^{-3} + 5.41.10^1 i$	$1.37.10^{-4}$	$5.41.10^1$
$-7.44.10^{-3} - 5.41.10^1 i$	$1.37.10^{-4}$	$5.41.10^1$
$-1.42.10^{-2} + 1.15.10^2 i$	$1.24.10^{-4}$	$1.15.10^2$
$-1.42.10^{-2} - 1.15.10^2 i$	$1.24.10^{-4}$	$1.15.10^2$

Comme nous l'avons dit précédemment, cette étude nous montre que 2 paires de pôles complexes sont très mal amortis. On peut supposer qu'ils sont issus de simplifications sur les modèles des raideurs. Des essais réels réalisés sur les prototypes montrent bien l'existence de ces fréquences de résonance. Cependant, elles sont bien mieux amorties (amortissement de l'ordre de 0.3). Cela nous laisse penser qu'il pourrait être utile d'affiner notre modèle de raideur, en prenant par exemple en compte les amortissements des liaisons.

#### 4.2.2 Amélioration du modèle

Afin d'obtenir un modèle plus fin, on peut prendre en compte les amortissements des liaisons transmission / roues (arbre) et transmission / moteur thermique (volant amortisseur). Il s'agit donc de modifier les deux équations régissant le comportement des élasticités en ajoutant un amortissement (grâce aux coefficients  $\mu_i$  et  $\mu_o$ ) de la façon suivante :

Volant Amortisseur :

$$\dot{T}_i = k_i(\omega_{ice} - \omega_i) + \mu_i(\dot{\omega}_{ice} - \dot{\omega}_i) \quad (4.1)$$

Roue (une composante de type volant amortisseur et une inertie) :

$$\dot{T}_o = k_o(\omega_{wh} - \omega_0) + \mu_o(\dot{\omega}_{wh} - \dot{\omega}_0) \quad (4.2)$$

$$J_{wh}\dot{\omega}_{wh} = -b_{wh}\omega_{wh} - T_o + T_{dwh} \quad (4.3)$$

On peut alors, en prenant en compte l'ensemble des équations que nous avons vues précédemment, établir le modèle page 104.

Rappelons que  $\omega_{ice}$ ,  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$  sont respectivement les vitesses du moteur thermique et des machines électriques 1 et 2,  $T_i$  le couple renvoyé au moteur thermique,  $T_o$  le couple à la roue et  $E_{capa}$  l'énergie stockée dans la capacité filtre (liée à sa tension que l'on veut proche de 425V). Le modèle ainsi obtenu est plus fin que le précédent et prend en compte les amortissements des liaisons élastiques.

#### 4.2.3 Pôles du système prenant en compte les amortissements

A partir de cette description du système, on peut comme précédemment calculer les expressions de ses pôles. Pour plusieurs raisons, il serait intéressant de connaître l'influence des coefficients d'amortissement  $\mu_i$  et  $\mu_o$  sur les caractéristiques des pôles. Cela pourrait en effet aider au dimensionnement des arbres et du volant amortisseur, et cela donnerait un poids à leurs caractéristiques.

La prise en compte des amortissements augmentant nettement la complexité du système, le calcul analytique de l'expression des pôles est rapidement inextricable. Nous nous sommes donc tournés vers une étude numérique et qualitative du système en traçant une cartographie des pôles complexes, pour plusieurs valeurs de  $[\mu_i, \mu_o]$ . On utilise le plan complexe qui donne une vue rapide des propriétés des pôles d'un système. Sur ce plan on trace les droites correspondant à des amortissement de 0.6, en vert (au dessus de cette limite, on les considère complètement amortis), et 0.3, en bleu (au dessus de cette limite, on les considère correctement amortis, en dessous, ils posent problème).

La carte des pôles complexes du système en fonction de  $[\mu_i, \mu_o]$  est présentée sur la figure 4.1. Sur cette courbe, passer d'un point à un autre d'une même couleur représente une augmentation de  $\mu_i$  de 1. Passer d'un point à un autre de la couleur suivante représente une augmentation de  $\mu_o$  de 100 (l'ordre des couleurs étant bleu, vert, rouge, bleu ciel, violet, jaune, noir, puis à nouveau bleu...).

Afin d'avoir une vision plus claire des choses, on peut tracer, dans le plan

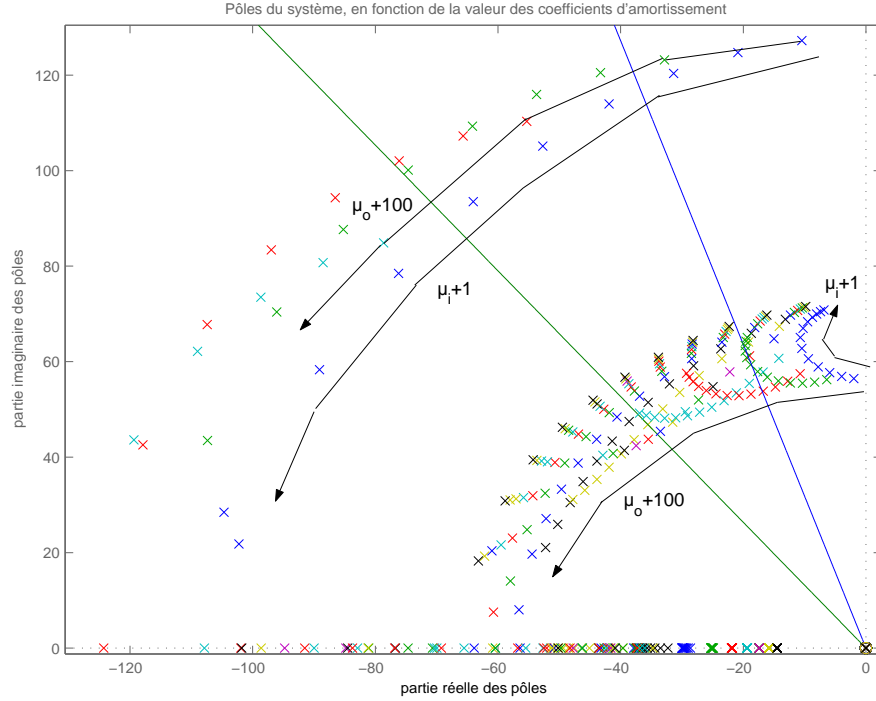
$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -\frac{b_{ice}}{J_{ice}} & 0 & 0 & -\frac{1}{J_{ice}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{wh}}{J_{wh}} & 0 & 0 & -\frac{1}{J_{wh}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{b_{e1}}{J_{e1}} & 0 & \frac{M_{\Omega 1}}{J_{e1}} & \frac{M_{\Omega 21}}{J_{e1}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{b_{e2}}{J_{e2}} & \frac{M_{\Omega 2}}{J_{e2}} & \frac{M_{\Omega 22}}{J_{e2}} \\ k_i - \frac{\mu_i b_{ice}}{J_{ice}} & 0 & \frac{\mu_i b_{e1} M_{\Omega 1}}{J_{e1}} - k_i M_{\Omega 1} & -\mu_i \left( \frac{M_{\Omega 1}^2}{J_{e1}} + \frac{M_{\Omega 2}^2}{J_{e2}} \right) - \frac{\mu_i}{J_{ice}} & -\mu_i \left( \frac{M_{\Omega 1} M_{\Omega 21}}{J_{e1}} + \frac{M_{\Omega 2} M_{\Omega 22}}{J_{e2}} \right) & 0 \\ 0 & k_o - \frac{\mu_o b_{wh}}{J_{wh}} & \frac{\mu_o b_{e1} M_{\Omega 1}}{J_{e1}} - k_o M_{\Omega 21} & \frac{\mu_o b_{e2} M_{\Omega 2}}{J_{e2}} - k_o M_{\Omega 22} & -\mu_o \left( \frac{M_{\Omega 1} M_{\Omega 21}}{J_{e1}} + \frac{M_{\Omega 2} M_{\Omega 22}}{J_{e2}} \right) - \mu_o \left( \frac{M_{\Omega 21}^2}{J_{e1}} + \frac{M_{\Omega 22}^2}{J_{e2}} \right) - \frac{\mu_o}{J_{wh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{J_{ice}} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{e1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{e2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \\ T_{ice} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{ice}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{wh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ P_{loss} \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ T_o \\ E_{capa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X$$

Le vecteur d'état  $X$  réunit les grandeurs physiques suivantes :

$$X = [\omega_{ice} \quad \omega_{wh} \quad \omega_{e1} \quad \omega_{e2} \quad T_i \quad T_o \quad E_{capa}]^T$$

FIGURE 4.1 – Carte des pôles complexes du système en fonction de  $[\mu_i, \mu_o]$ 

$(\mu_i, \mu_o)$  les zones où les amortissements sont supérieurs à 0.3 et 0.6 pour les deux familles de pôles. Ces zones sont visibles sur la figure 4.2.

Sur cette figure, la courbe rouge représente un amortissement de 0.3 pour le pôle lent (fréquence de l'ordre de  $54\text{rad/s}$ ), la courbe noire un amortissement de 0.6 pour ce même pôle. En ce qui concerne le pôle rapide (fréquence de l'ordre de  $115\text{rad/s}$ ), la courbe bleue représente un amortissement de 0.3, la verte un amortissement de 0.6.

Ainsi, à partir de cette dernière courbe, on peut avoir une idée de l'amortissement des pôles en fonction de la valeur du couple  $(\mu_i, \mu_o)$ . Par exemple, on peut dire que pour  $\mu_i = 8$  et  $\mu_o = 600$ , on aura un amortissement supérieur à 0.6 pour les deux couples de pôles. Ceci étant le cas pour TIVA, ce que nous mesurons sur le prototype est confirmé<sup>2</sup>.

2. Les valeurs de ces deux paramètres ont été estimées par [PG04]

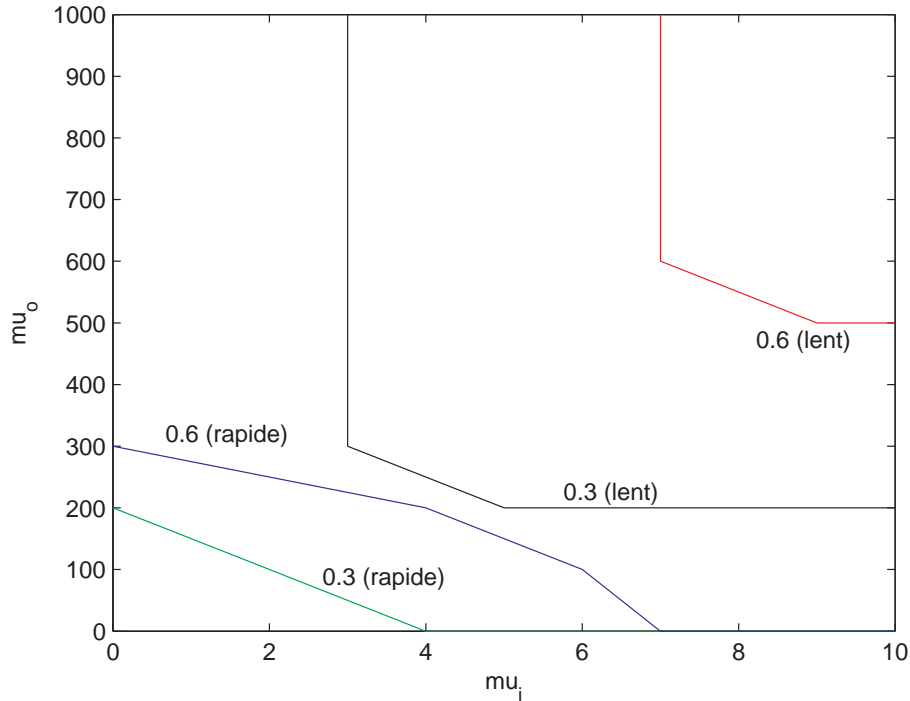


FIGURE 4.2 – Mise en relation de  $\mu_i$  et  $\mu_o$  pour l'amortissement des pôles complexes du système

### 4.3 Simplification du modèle

La prise en compte des amortissements alourdit nettement le modèle du système. Or, l'étude du système ainsi amélioré nous a montré que pour des valeurs suffisamment élevées des coefficients d'amortissement, les modes oscillants sont annihilés (et c'est le cas de TIVA). Le système prenant en compte à la fois les raideurs et les amortissements a donc un comportement proche de celui qu'il aurait avec des raideurs infinies. On peut donc penser qu'il est possible d'obtenir le même comportement, en réduisant le modèle sans amortissement (3.35). Pour cela, on fait tendre ces raideurs vers l'infini. En pratique, on divise les lignes de la matrice d'état du modèle qui correspondent aux états  $T_i$  et  $T_o$  par  $k_i$  et  $k_o$  respectivement, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \frac{\dot{T}_i}{k_i} \\ \frac{\dot{T}_o}{k_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -M & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ \omega_{wh} \\ \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ T_i \\ T_o \end{bmatrix} \simeq 0 \quad (4.4)$$

Ceci revient donc à négliger les variations rapides de  $T_i$  et  $T_o$ . Cette technique s'appelle méthode de réduction par perturbation singulière. Un ensemble de méthodes de réduction de modèles, dont celle-ci, est présenté dans [PG03] (voir également [KOS76]). Cette réduction implique :

$$\begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ \omega_{wh} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Le modèle obtenu après réduction est représenté par :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{e1} \\ \dot{\omega}_{e2} \\ \dot{E}_{capa} \end{bmatrix} &= 0_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{J}_e^{-1} \left[ M^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right] \\ -\omega_{e1} & -\omega_{e2} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \\ T_{ice} \end{bmatrix} + \dots \\ &\dots + \begin{bmatrix} \bar{J}_e^{-1} M^T & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ \mathcal{P}_{loss} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ T_o \\ E_{capa} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} M & 0 \\ 0_{1 \times 2} & 0 \\ 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + \dots \\ &\dots + \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-T} \left[ J_e \bar{J}_e^{-1} \left[ M^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right] - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right] \\ 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \\ T_{ice} \end{bmatrix} + \dots \\ &\dots + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 3} & \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-T} J_e \bar{J}_e^{-1} M^T & 0 \\ 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ \mathcal{P}_{loss} \end{bmatrix} \\ &\text{où } \bar{J}_e = J_e + M^T \begin{bmatrix} J_{ice} & 0 \\ 0 & J_{wh} \end{bmatrix} M. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Afin de valider la réduction que nous avons faite, il est indispensable de comparer les diagrammes de Bode des parties mécaniques de ces systèmes (complet, complet avec amortissement et simplifié). Ces tracés sont présentés sur la figure



4.3. Ils justifient la réduction que nous avons effectuée. En effet, nous voyons que les résonances et anti-résonances négligées se situent bien au-delà de la bande passante du système contrôlé. Dans la suite de l'étude, on considérera donc le modèle simplifié.

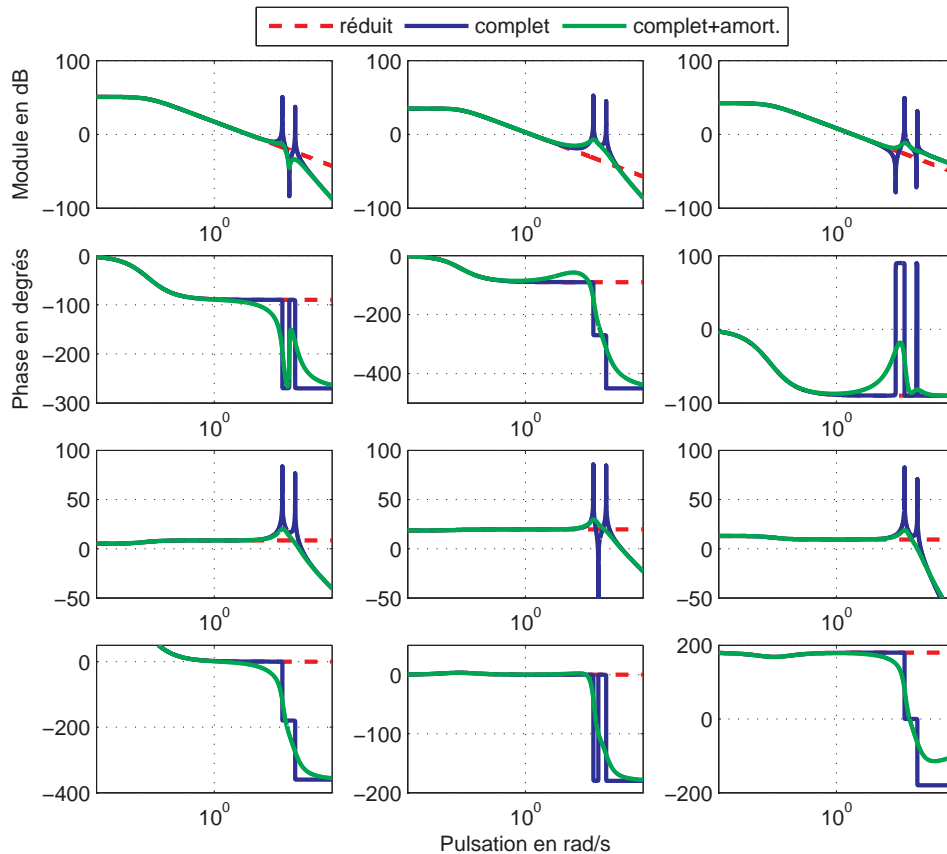


FIGURE 4.3 – Diagrammes de Bode des modèles complets (avec et sans amortissements) et réduit du système

## 4.4 Structure du COS pour TIVA

Le modèle simplifié que nous avons obtenu va nous permettre de synthétiser une loi de commande pour le COS. A ce niveau de l'étude, nous sommes en mesure de nous demander quelle peut être la structure du COS la plus adaptée. En effet, nous allons voir qu'il existe plusieurs choix possibles.

#### 4.4.1 Structure générale

La structure la plus générale du COS est un contrôleur multivariable permettant d'asservir trois grandeurs ( $\omega_{ice}$ ,  $T_o$  et  $E_{capa}$ ) sur trois signaux de référence ( $\omega_{ice}^\#$ ,  $T_o^\#$  et  $E_{capa}^\#$ ) grâce à trois commandes (les couples  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$  et  $T_{ice}$ )<sup>3</sup>. Or, au sein d'un véhicule classique, nous n'avons pas accès à la valeur instantanée de  $T_o$ . Quant à  $\omega_{ice}$ , nous disposons d'une mesure provenant du contrôle moteur, mais sa précision n'est pas toujours satisfaisante. Par ailleurs,  $\omega_{ice}$  est proportionnelle à  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$  dès lors que la raideur  $k_i$  est négligée. Les variables mesurées utilisables par le COS sont en fait  $E_{capa}$ ,  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ . On peut alors schématiser notre système corrigé par la figure 4.4.

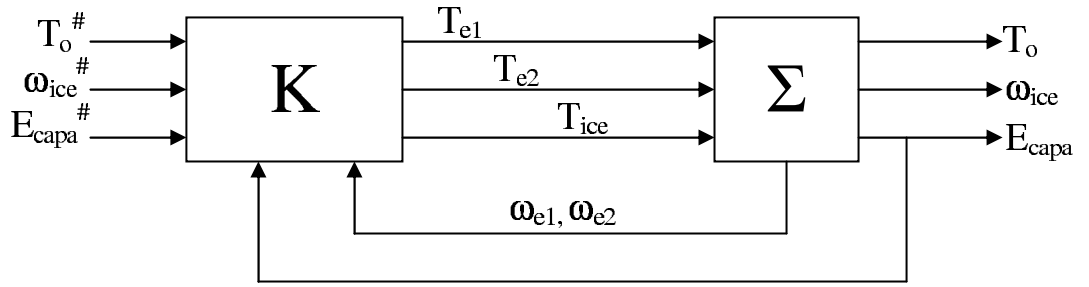


FIGURE 4.4 – Structure classique du COS

Une telle structure assure le rebouclage de chacune des variables à asservir. On voit qu'un tel contrôleur est composé de 18 correcteurs élémentaires (6 entrées et 3 sorties).

#### 4.4.2 Proposition de nouvelle structure à 2 étages

##### 4.4.2.1 Motivation

Dans le paragraphe précédent, le système présenté est pleinement multivariable comme le suggère le modèle. Ceci implique que la structure de commande de ce système est différente de celle d'un groupe moto-propulseur classique. Celui-ci est généralement scindé en 2 fonctions indépendantes (mais communicantes) : piloter le rapport entre le moteur thermique et les roues (effectué par le contrôle boîte)

3. Dans cette partie, on suppose que les couches inférieures (calculateurs locaux) sont suffisamment rapides pour que l'on puisse considérer que  $T_{e1} = T_{e1}^\#$ ,  $T_{e2} = T_{e2}^\#$  et  $T_{ice} = T_{ice}^\#$

et assurer un couple à la roue (effectué par le contrôle moteur). Dans le cas d'une BVM, la fonction "boîte" agit de manière discrète, mais lors d'une phase de décollage<sup>4</sup>, on se rapproche du comportement d'une IVT (également pour les BVR lors des changements de rapport). Dans ce cas, le contrôle boîte, ou le conducteur, agit sur le rapport de manière continue comme sur une IVT, en faisant glisser l'embrayage. Nous souhaitons tirer profit de la connaissance d'une telle structure de commande en introduisant une commande à 2 étages pour notre transmission hybride : un premier ayant pour but de calculer le couple moteur permettant d'assurer l'objectif de couple à la roue et un second pilotant le rapport de boîte en agissant sur le variateur c'est-à-dire en pilotant les régimes des 2 machines électriques, à l'aide des 2 couples électriques.

Pour résumer, il serait bénéfique d'avoir : une première partie du contrôle qui calcule un couple moteur  $T_{ice}$  pour assurer le suivi du couple à la roue, et une seconde partie ayant pour rôle d'assurer, entre autre, le rapport de boîte. Notons de plus que cette structure de commande, qui pourrait paraître limitante par rapport à une commande pleinement multivariable, correspond aux dynamiques du système, les machines électriques étant plus rapides que le moteur thermique.

#### 4.4.2.2 Principe

En étudiant plus précisément le système, on peut remarquer une caractéristique intéressante. En effet, on a une relation simple et algébrique entre les couples  $T_o$ ,  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$ ,  $T_{ice}$ ,  $T_{dice}$  et  $T_{dwh}$ .

On peut alors imaginer une structure du COS au sein de laquelle un correcteur multivariable assurerait le suivi de  $\omega_{ice}$  et  $E_{capa}$  en jouant sur  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$  (fonction de commande du rapport de boîte). D'un autre côté, le couple  $T_o$  serait contrôlé via  $T_{ice}$  par un second correcteur (fonction commande du couple moteur). Dans ce cas,  $T_o$  serait vu comme une perturbation pour le premier correcteur. Ce fonctionnement est décrit par la figure 4.5.

---

4. ce terme désigne le passage d'une vitesse nulle du véhicule à une vitesse faible, 6km/h typiquement.

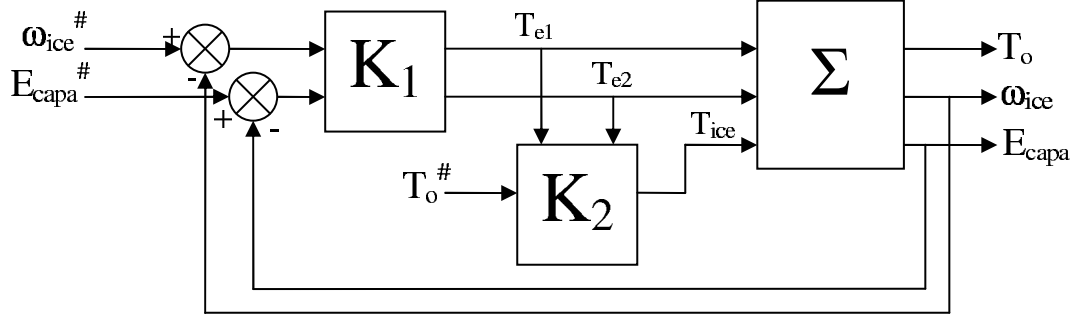


FIGURE 4.5 – Nouvelle structure du COS

Au sein de cette nouvelle structure de contrôle, le correcteur  $K_1$  asservit  $\omega_{ice}$  et  $E_{capa}$  grace aux commandes  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$ . Le correcteur  $K_2$  assure en boucle ouverte le suivi de  $T_o^{\#}$  par  $T_{ice}$ . On peut alors calculer  $K_1$  par plusieurs méthodes de synthèse.

#### 4.4.2.3 Correcteur $K_2$

Le modèle réduit (4.6) que nous avons obtenu est de la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{e1} \\ \dot{\omega}_{e2} \\ \dot{E}_{capa} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ -\omega_{e1} & -\omega_{e2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \\ T_{ice} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{d11} & B_{d12} & 0 \\ B_{d21} & B_{d22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ \mathcal{P}_{DCDC} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ E_{capa} \\ T_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ C_{T_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ D_{T_o1} & D_{T_o2} & D_{T_o3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \\ T_{ice} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ D_{d31} & D_{d32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ \mathcal{P}_{DCDC} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Afin de réaliser ce changement de structure du COS, il faut que  $C_{T_o}$  soit nul, ce qui est le cas ici. On a alors notre relation algébrique :

$$T_o = D_{T_o1}T_{e1} + D_{T_o2}T_{e2} + D_{T_o3}T_{ice} + D_{d31}T_{dice} + D_{d32}T_{dwh} \quad (4.8)$$

En considérant  $T_o^{\#} = T_o$  et  $T_{dwh}$  et  $T_{dice}$  négligeables, on obtient l'équation qui définit le correcteur  $K_2$  :

$$T_{ice} = \frac{1}{D_{T_o3}}(T_o^{\#} - D_{T_o1}T_{e1} - D_{T_o2}T_{e2}) \quad (4.9)$$

Si l'on a une bonne connaissance de  $T_{dwh}$  et  $T_{dice}$ , il est possible de les prendre en compte dans le calcul de  $T_{ice}$ , en modifiant en conséquence la formule 4.9. De

ce choix dépendront certaines caractéristiques du véhicule.  $T_o$  est régulé en boucle ouverte, donc en négligeant  $T_{dwh}$  et  $T_{dice}$ , on engendre une erreur sur  $T_o$ . Dans certains cas, cela peut être un choix. Par exemple si on décide que la position de la pédale d'accélérateur traduit une demande en couple à la roue, il ne faut pas prendre en compte  $T_{dwh}$ , qui représente entre autre l'effet de la pente sur le véhicule. En effet, cela aura pour effet de compenser la pente et donc de fournir plus de puissance. Si on prend en compte  $T_{dwh}$  dans le calcul de  $T_{ice}$ , l'effet de la pente est compensé et à appui-pédale constant l'accélération est constante quelle que soit la pente.

Cette structure de contrôle a fait l'objet d'un projet de brevet [RPGS07].

#### 4.4.2.4 Modèle de synthèse du correcteur $K_1$

La modification de la structure du contrôle nous oblige à récrire le modèle utilisé pour la synthèse de  $K_1$ . Pour cela on recombine le modèle en s'appuyant sur le schéma de la figure 4.5. En remplaçant la commande  $T_{ice}$  par son expression, on obtient le modèle suivant :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{e1} \\ \dot{\omega}_{e2} \\ \dot{E}_{capa} \end{bmatrix} &= A \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + B' \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \end{bmatrix} + B'_d \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ \mathcal{P}_{DCDC} \\ T_o \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ E_{capa} \end{bmatrix} &= C \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.10)$$

où :

$$B' = \begin{bmatrix} B_{11} - B_{13} \frac{DT_{o1}}{DT_{o3}} & B_{12} - B_{13} \frac{DT_{o2}}{DT_{o3}} \\ B_{21} - B_{23} \frac{DT_{o1}}{DT_{o3}} & B_{22} - B_{23} \frac{DT_{o2}}{DT_{o3}} \\ -\omega_{e1} & -\omega_{e2} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

et :

$$B'_d = \begin{bmatrix} B_{d11} - B_{13} \frac{D_{d31}}{D_{T_o3}} & B_{d12} - B_{13} \frac{D_{d32}}{D_{T_o3}} & 0 & \frac{B_{13}}{D_{T_o3}} \\ B_{d21} - B_{23} \frac{D_{d31}}{D_{T_o3}} & B_{d22} - B_{23} \frac{D_{d32}}{D_{T_o3}} & 0 & \frac{B_{23}}{D_{T_o3}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

#### 4.4.2.5 Avantages et amélioration possible

Cette nouvelle structure présente plusieurs avantages. Tout d'abord, on isole les deux actionneurs rapides que sont les machines électriques, du troisième plus lent, le moteur thermique. Ainsi, les deux contrôleurs obtenus travaillent sur des plages de fréquences plus petites. Cette manoeuvre est avantageuse du point de vue des performances du système corrigé.

Le second avantage est celui qui a motivé la mise en place de celle-ci : la première partie du système calcule un couple  $T_{ice}$  pour assurer le suivi de  $T_o^\sharp$ , couple à la roue demandé par le conducteur. La seconde partie a pour rôle d'assurer, entre autre, le rapport de vitesse entre le moteur thermique et les roues (ce qui revient à asservir  $\omega_{ice}$ ). On retrouve donc le comportement d'un groupe moto-propulseur classique, où sont dissociés les rôles du moteur thermique et de la boîte de vitesses. Il faut toutefois garder à l'esprit que dans notre cas, le second contrôleur asservit également  $E_{capa}$ , niveau de charge de la capacité filtre.

Une amélioration peut être apportée à cette structure. En effet, on détermine  $K_2$  directement à partir de la relation algébrique entre les couples  $T_o$ ,  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$ ,  $T_{ice}$ ,  $T_{dwh}$  et  $T_{dice}$ . On peut imaginer donner une dynamique à cette régulation et ainsi gagner en performance.

## 4.5 Conclusion

Au terme de ce chapitre, nous avons un modèle réduit et adapté à la synthèse d'un contrôleur, ainsi qu'une structure de commande avantageuse. Ces éléments vont nous permettre de mettre en œuvre la synthèse des lois de commande pour le système. Pour cela, il faut tout d'abord voir un certain nombre d'éléments permettant d'opter pour une méthode de synthèse ou une autre. Cette tâche passe par la classification de notre système au sens automatique du terme et par la détermination du cahier des charges à satisfaire. Ces éléments sont présentés dans le

chapitre 5.







## Chapitre 5

# Préambule à la synthèse du COS

### Contents

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>119</b>
<b>5.2</b>	<b>Spécificités du système TIVA</b>	<b>119</b>
5.2.1	Définition des systèmes LPV	119
5.2.2	Propriétés	121
<b>5.3</b>	<b>Méthodologie</b>	<b>124</b>
<b>5.4</b>	<b>Cahier des charges</b>	<b>127</b>
5.4.1	Les différents modes opératoires	127
5.4.2	Intérêt de la structure à 2 étages	128
5.4.3	Définition des fonctions de sensibilité	129
5.4.4	Traduction du cahier des charges en gabarits fréquentiels	132
<b>5.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>133</b>

---



## 5.1 Introduction

Au cours des chapitres 2 et 3, nous avons présenté le contexte de l'étude et obtenu le modèle d'un ensemble de transmissions hybrides. Pour une de celles-ci (TIVA), nous avons obtenu un modèle simplifié qui nous permettra de synthétiser une loi de commande pour le COS de cette structure (chapitre 4). Mais il est nécessaire de définir au préalable certains éléments, comme le cahier des charges et la méthodologie que nous avons suivie pour la synthèse.

Dans un premier temps, nous verrons les spécificités du système. Cela nous permettra de choisir des outils adaptés au système et performants. Une méthodologie de synthèse sera alors décrite. Chaque étape de cette organisation sera détaillée au cours des chapitres 5, 6 et 7. Pour débiter, nous présenterons le cahier des charges que nous souhaitons vérifier. Celui-ci nous permettra de fixer les objectifs, en fonction du mode de fonctionnement du système. Nous verrons ensuite que ce cahier des charges peut être traduit en gabarits fréquentiels, que devront satisfaire un ensemble de fonctions de transfert caractéristiques du système.

## 5.2 Spécificités du système TIVA

Le modèle de TIVA que nous avons obtenu est non-linéaire : la matrice  $B$  de sa représentation d'état contient des paramètres variants :  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ , qui sont des états du système. Nous allons voir qu'il peut être étudié avec les outils dédiés aux systèmes LPV (linear parameter varying systems).

### 5.2.1 Définition des systèmes LPV

#### 5.2.1.1 Systèmes LPV

On définit un système LPV par le fait qu'une des matrices de sa représentation d'état dépend d'un paramètre variant dans le temps. On considère sur la figure 5.1 un système noté  $P(\theta)$  et corrigé par un correcteur  $K$ .  $P(\theta)$  est donc un système LPV si on peut écrire sa représentation d'état sous la forme :

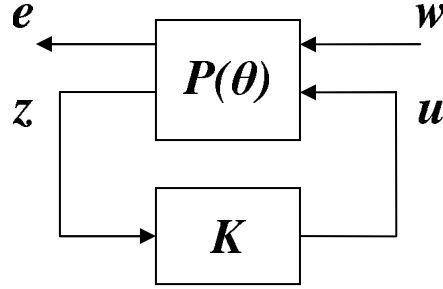


FIGURE 5.1 – Schéma de principe de la régulation d'un système LPV

$$P(\theta) : \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\theta) & B_w(\theta) & B_u(\theta) \\ C_e(\theta) & D_{ew}(\theta) & D_{eu}(\theta) \\ C_z(\theta) & D_{zw}(\theta) & D_{zu}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

où  $\theta(t) = (\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_p(t))^T$  est un vecteur de paramètres variant dans le temps. Lorsque les matrices  $A, B_w, B_u, C_e, D_{ew}, D_{eu}, C_z, D_{zw}$  et  $D_{zu}$  sont affines en  $\theta$ , on parle de système LPV affine. On remarque que pour des valeurs fixes de  $\theta$ , le système  $P(\theta)$  est linéaire invariant.

#### 5.2.1.2 Systèmes quasi-LPV

Dans la définition que nous avons vue précédemment, les valeurs de  $\theta(t)$  sont a priori indépendantes de l'état du système. Lorsque ce n'est pas le cas et qu'une ou plusieurs des valeurs dépendent linéairement d'un ou plusieurs états, on parle de système quasi-LPV. On peut alors écrire sa représentation d'état sous la forme :

$$P(\theta) : \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\theta, x) & B_w(\theta, x) & B_u(\theta, x) \\ C_e(\theta, x) & D_{ew}(\theta, x) & D_{eu}(\theta, x) \\ C_z(\theta, x) & D_{zw}(\theta, x) & D_{zu}(\theta, x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

#### 5.2.1.3 Cas de TIVA

Au sein des modèles de transmissions hybrides que nous avons vus, et en particulier de celui de TIVA, la matrice de commande du système varie dans le temps, car elle est fonction de  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ . Comme ces paramètres sont également des états, notre système est quasi-LPV (au même titre que le modèle universel que nous avons obtenu).

### 5.2.2 Propriétés

Les systèmes LPV et quasi-LPV ayant été définis, nous allons voir certaines de leur propriétés.

#### 5.2.2.1 Systèmes polytopiques

Certains systèmes LPV sont dits polytopiques. La définition de cette notion passe par celle d'un polytope, qui est un ensemble borné défini par un nombre fini de contraintes linéaires. Un polytope peut également être caractérisé par ses sommets, que l'on nomme  $\pi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Un système LPV dont les paramètres évoluent dans un polytope est alors appelé système LPV polytopique. Dans ce cadre,  $\theta$  est un barycentre des sommets  $\pi_i$ . De manière plus formelle, on peut donc écrire à tout instant :

$$\theta(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \pi_i ; \alpha_i(t) \geq 0 ; \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) = 1 \quad (5.3)$$

Dans le cas des systèmes LPV affines, et lorsque le vecteur  $\theta$  est de cette forme, on montre rapidement que :

$$\begin{pmatrix} A(\theta) & B_w(\theta) & B_u(\theta) \\ C_e(\theta) & D_{ew}(\theta) & D_{eu}(\theta) \\ C_z(\theta) & D_{zw}(\theta) & D_{zu}(\theta) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \begin{pmatrix} A(\pi_i) & B_w(\pi_i) & B_u(\pi_i) \\ C_e(\pi_i) & D_{ew}(\pi_i) & D_{eu}(\pi_i) \\ C_z(\pi_i) & D_{zw}(\pi_i) & D_{zu}(\pi_i) \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Ceci équivaut à dire qu'un système LPV polytopique et affine est, quel que soit son état, un barycentre de ses réalisations aux sommets du polytope.

Imaginons maintenant que chaque paramètre  $\theta_i$  du vecteur  $\theta$  évolue de façon indépendante dans un intervalle  $[\underline{\theta}_i; \bar{\theta}_i]$ . Le polytope décrivant l'évolution de  $\theta$ , de dimension  $p$ , est alors un hyperrectangle ou pavé de  $\mathbb{R}^p$ . On montre aisément que ce cas particulier implique que  $N = 2^p$ .

### 5.2.2.2 Polytope considéré pour TIVA

On montre rapidement que TIVA est un système quasi-LPV polytopique et affine. Intéressons nous au polytope correspondant :  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$  varient respectivement dans  $[\omega_{e1min}; \omega_{e1max}]$  et  $[\omega_{e2min}; \omega_{e2max}]$ . Dans le plan  $\omega_{e1} / \omega_{e2}$ , le polytope est donc un rectangle reprenant ces limitations.

Lorsque l'on néglige les raideurs en entrée et sortie de la transmission, on a une relation algébrique entre  $\omega_{e1}$ ,  $\omega_{e2}$ ,  $\omega_{ice}$  et  $\omega_{wh}$  (et donc la vitesse du véhicule  $V_{vh}$  exprimée en km/h). Nous avons vu que la matrice liant ces variables est  $M$  (qui prend deux valeurs selon le mode mécanique). Or, il y a des limitations sur ces deux dernières variables : on considère que  $\omega_{ice} \in [\omega_{icemin}; \omega_{icemax}]$  et  $V_{vh} \in [0; V_{vhmax}]$ . Il est donc plus intéressant de travailler sur le polytope en  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ , en prenant en compte ces limitations via  $M$ .

Nous avons vu que cette transmission pouvait fonctionner selon 2 modes mécaniques distincts, dont la différence est la valeur de la matrice  $M$ . Pour des raisons techniques ( $\omega_{e1} = 0$  lors du changement de mode, continuité des puissances des machines), le système est tel qu'en mode 1,  $\omega_{e1} > 0$ , et en mode 2  $\omega_{e1} < 0$ . On peut donc tracer sur la même figure les polytopes correspondant aux deux modes. Cette opération nous donne la figure 5.2.

Sur cette figure :

- le carré rouge représente les limitations en vitesse des machines électriques,
- les zones avec des points bleus représentent les limitations en vitesse du moteur thermique et du véhicule pour les deux modes,
- les polytopes bleus sont les intersections des deux types de zones précédents.

Rappelons que la matrice  $M$  prend des valeurs radicalement différentes entre les modes mécaniques 1 et 2. La synthèse de lois de commande pour ces deux modes est donc nécessairement faite de manière indépendante. Suivant le cas dans lequel on se place, il faut considérer soit le polytope de gauche, soit celui de droite.

La première chose à faire lors de la synthèse d'un correcteur est l'étude de sa

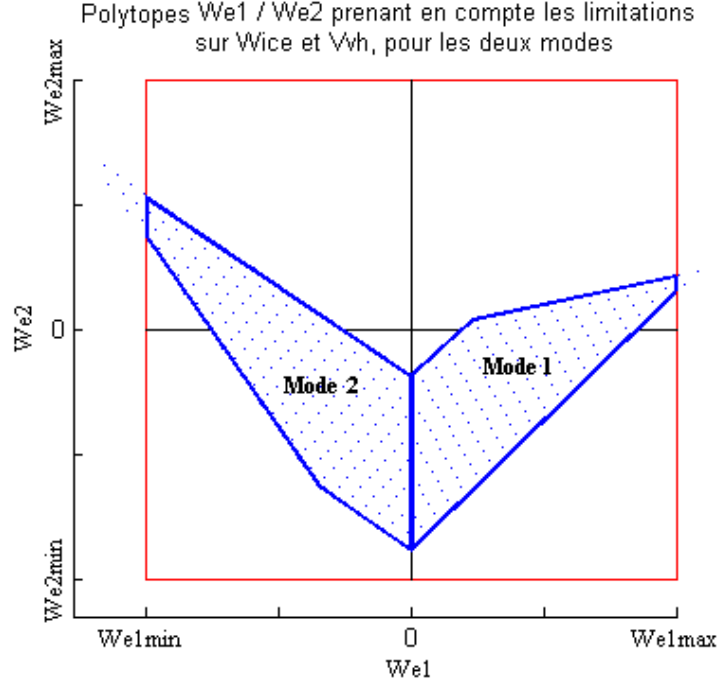


FIGURE 5.2 – Polytopes de variation des paramètres, prenant en compte les limitations sur  $\omega_{ice}$  et  $V_{vh}$

commandabilité et de son observabilité sur l'ensemble du polytope. Celle-ci nous montre que la commandabilité chute sur une droite correspondant à  $\omega_{ice} = 0$  (aussi bien en mode mécanique 1 que 2). Ce n'est pas l'aspect physique de cette relation qui joue ici, mais le fait que sur cette droite du polytope deux colonnes de la matrice  $B$  de la représentation d'état du système deviennent proportionnelles. Cette matrice dégénérant, on perd la commandabilité. Pour un mode donné, cette droite correspond aux conditions suivantes :

$$\frac{\omega_{e2}}{\omega_{e1}} = -\frac{M(1,1)}{M(1,2)} \quad (5.5)$$

Toutefois cette droite est en dehors des deux polytopes. Nous avons donc de bonnes conditions de commandabilité et d'observabilité sur l'ensemble de ceux-ci.



### 5.2.2.3 Etude des systèmes quasi-LPV

Lors de l'étude d'un système LPV, des variations arbitraires du vecteur  $\theta$  dans le polytope sont considérées. Dans certains cas, il est possible de spécifier une "vitesse de variation" des paramètres. Concrètement, on impose des limites aux dérivées de chacun des paramètres :  $\dot{\theta}_i \in [\underline{\dot{\theta}}_i; \bar{\dot{\theta}}_i]$ . Mais dans tous les cas, les paramètres évoluent indépendamment de l'état du système.

A l'inverse, dans le cas des systèmes quasi-LPV, les variations sont fortement dépendantes de l'évolution du système. On a donc une connaissance plus fine du comportement du système, puisqu'il est possible d'anticiper ces variations. La grande majorité des outils ne sont toutefois pas adaptés aux systèmes quasi-LPV et on se ramène souvent à des outils plus généraux.

Pour cela, on considère un système fictif, que l'on appellera système LPV équivalent. Celui-ci est similaire au système quasi-LPV, mais on remplace les paramètres variants faisant partie du vecteur d'état par des variables n'ayant pas de sens physique. Pour rester cohérent, on considère que ces variables de substitution évoluent dans le même polytope que celles qu'elles remplacent. De plus, il est possible de borner leurs dynamiques comme pour les variables originales.

A ce titre, [LL00] et [Hel95] montrent que toutes les propriétés qui sont vérifiées par le système équivalent le sont par le système quasi-LPV. Pour cela, il suffit de dire que les domaines et dynamiques de variation des variables originales sont nécessairement incluses dans les domaines et dynamiques de variation des variables de substitution. Le principal problème de cette démarche est le fait que dans certains cas, elle accroît fortement le conservatisme des résultats.

## 5.3 Méthodologie

Un exemple de démarche à suivre pour la synthèse de correcteur, dans le cas d'un système LPV polytopique et affine, est présenté par la figure 5.3. Cette méthodologie s'appuie sur un ensemble d'outils que nous verrons par la suite. D'autre part, elle suppose que l'on ait réalisé l'étape préalable qu'est la modélisation du système. Il est en effet nécessaire que le modèle soit adapté à la synthèse d'une

loi de commande. Nous avons vu que notre système était quasi-LPV, on utilisera donc des outils adaptés aux systèmes LPV.

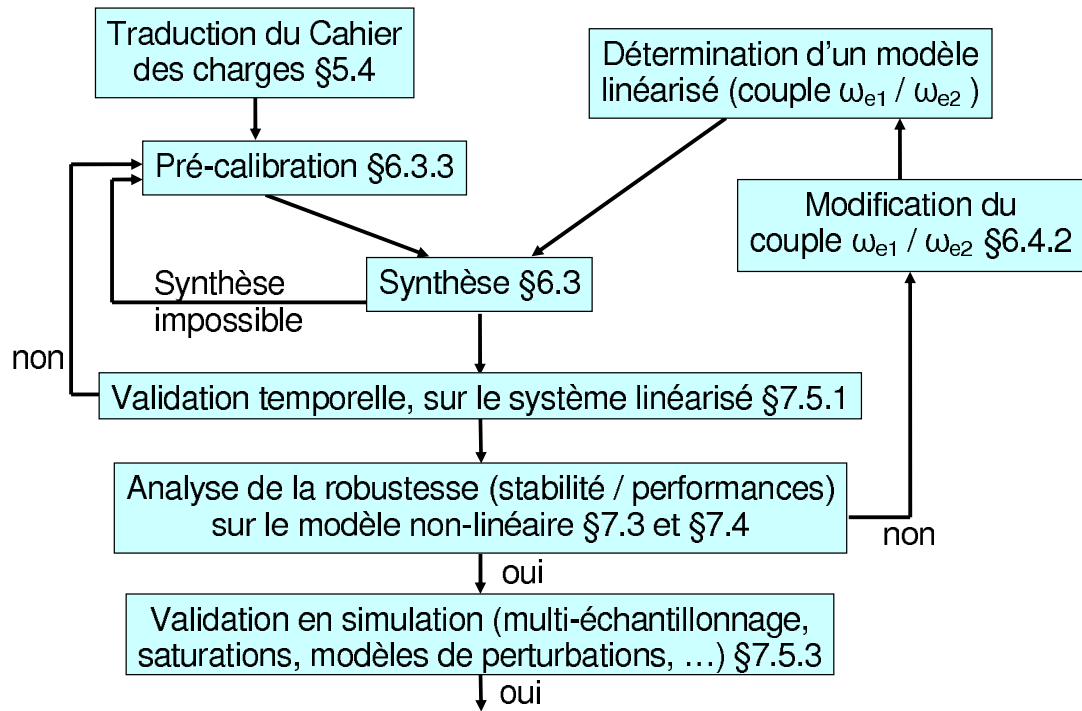


FIGURE 5.3 – Méthodologie pour la synthèse d'un correcteur

Lors de cette thèse, on cherche à synthétiser une loi de commande pour le COS et pour le mode mécanique 1. Deux possibilités s'offrent à nous : synthétiser soit un correcteur linéaire et invariant (LTI), pourvu que celui-ci satisfasse le cahier des charges sur l'ensemble du polytope, soit un correcteur LPV, comme nous le verrons. La figure présente la méthodologie à suivre pour la synthèse d'un correcteur LTI, réalisée à partir d'un modèle linéarisé du système. Le choix du point de linéarisation est alors primordial.

La première étape de la synthèse d'une loi de commande est la définition d'un cahier des charges précis et complet. Suit ensuite la traduction de celui-ci. Cette étape est essentielle et dépend pleinement de l'outil de synthèse utilisé.

Parallèlement à cela, il s'agit de choisir un point du polytope sur lequel le système sera linéarisé. Bien sur, cette étape serait écartée si on synthétisait un correcteur LPV.

Une fois ces deux aspects abordés, nous pouvons synthétiser le correcteur. Dans certains cas, il peut arriver que cela soit impossible. Par exemple, la calibration que nous avons réalisée peut traduire des aspects contradictoires. Si c'est le cas, il est nécessaire de revenir à la phase de pré-calibration. Lorsque la synthèse est réalisée sans problèmes, on teste son efficacité sur le modèle linéaire qui a servi pour la synthèse. Si les résultats ne sont pas satisfaisants, il faut également revenir à la phase de pré-calibration.

Sinon, il faut jauger le comportement du correcteur face aux non-linéarités du système. Cette étape est appuyée par l'utilisation d'outils d'analyse de la robustesse, que nous verrons au chapitre 6. Ici on évalue aussi bien la robustesse de la stabilité que celle des performances. Si les non-linéarités pénalisent trop le système, il est nécessaire de revenir sur le choix du couple  $\omega_{e1}$  /  $\omega_{e2}$  pour la linéarisation du modèle de synthèse et/ou la calibration.

Si la robustesse du correcteur est jugée bonne, le correcteur peut être testé sur un simulateur plus complet, qui prend en compte un certain nombre de contraintes d'implantation au sein d'un véhicule, telle que :

- un ensemble de saturations, notamment pour les machines électriques et le moteur thermique,
- la discrétisation du correcteur,
- l'aspect "multi-échantillonnage" du véhicule réel,
- certains retards dus aux spécificités des connections réelles,
- et des bruits de mesure ou des perturbations réalistes permettant de tester le comportement du correcteur,
- ...

Si les résultats sont satisfaisants, le correcteur peut être implémenté dans un véhicule. Cette méthodologie itérative permet d'obtenir des correcteurs performants et susceptibles d'être implémentés sur le système réel.

## 5.4 Cahier des charges

### 5.4.1 Les différents modes opératoires

Comme nous l'avons vu précédemment, cette étude porte exclusivement sur la synthèse de lois de commande pour le COS, conformément à la structure 3.1. Pour répondre aux attentes du conducteur, il existe plusieurs modes de fonctionnement dont les objectifs sont spécifiques. Dans la majorité des cas, le COS doit assurer le couple à la roue demandé par le conducteur, le régime du moteur thermique envoyé par l'OPF et la tension de la capacité filtre. Nous appellerons ce mode Torque Tracking (TT). Mais il existe également les modes suivants :

- à basses vitesses ( $\leq 10\text{km/h}$ ) : rampage en vitesse (speed creeping) qui représente le suivi de la vitesse des roues pour faciliter les manœuvres de parking,
- à vitesses supérieures et en accélération : suivi en couple à la roue (torque tracking ou TT),
- d'autres modes de fonctionnement plus transitoires, tels que la coupure d'injection (FCO pour fuel cut-off) au cours duquel on coupe l'injection du moteur thermique pour limiter la consommation du GMP, les modes STOP/START, les modes permettant un bon changement de mode mécanique...

On note que le mode speed creeping n'est qu'une extension du mode TT, sur lequel on ajoute une boucle de régulation en vitesse qui détermine la consigne en couple à la roue. Dans cette étude, on considérera les modes TT, FCO et le mode permettant un changement de mode mécanique de la boîte (on l'appellera CMM). Le type d'objectifs attendus pour ces modes est présenté dans le tableau 5.4.

	<b>TT</b>	<b>FCO</b>	<b>CMM</b>
$\omega_{ice}$	suivi	suivi	X
$T_o$	suivi	X	suivi
$\omega_{e1}$	X	X	suivi
$U_{capa}$	suivi	suivi	suivi

FIGURE 5.4 – Définition des modes opératoires

A cela s'ajoutent d'autres objectifs :

- avoir des marges de robustesse satisfaisantes,

- solliciter au minimum les actionneurs,
- découpler les parties mécaniques et énergétiques,
- découpler le suivi de régime (moteur ou  $\omega_{e1}$ ) du suivi de couple à la roue,
- être le moins sensible possible aux différentes perturbations que nous avons identifiées ( $T_{dice}$ ,  $T_{dwh}$  et  $\mathcal{P}_{DCDC}$ ).

Pour le mode CMM, on fait tendre  $\omega_{e1}$  vers 0 pour permettre la fermeture de freins. Lors d'une coupure d'injection (FCO), le moteur est éteint pour limiter la consommation. Puisqu'un des actionneurs est perdu ( $T_{ice}$ ), il faut écarter un objectif :  $T_o$ . En ce qui concerne les modes mécaniques, donnés par la position des freins dans la transmission, rappelons qu'ils impliquent des relations très différentes entre les vitesses des éléments tournants. Il est donc indispensable de synthétiser deux lois de commande distinctes pour chacun d'eux. Toutefois le cahier des charges pour ces deux modes mécaniques et un mode opératoire donné est le même.

#### 5.4.2 Intérêt de la structure à 2 étages

La structure de la loi de commande que nous avons choisie présente un avantage certain pour la prise en charge de ces modes opératoires. En effet, elle permet de n'utiliser qu'un correcteur pour ces différents modes, en faisant de légères modifications structurelles. Imaginons que nous ayons établi une loi de commande pour le mode TT.

Considérons maintenant le mode CMM. Ses objectifs sont les mêmes que le mode TT mis à part que l'on régule  $\omega_{e1}$  au lieu de  $\omega_{ice}$  pour permettre la fermeture ou l'ouverture de freins. Nous avons vu que lorsque l'on néglige les raideurs des transmissions, les vitesses  $\omega_{e1}$ ,  $\omega_{ice}$  et  $\omega_{e2}$  sont liées. On va donc remplacer la consigne en  $\omega_{ice}$  envoyée par L'OPF, par une valeur asservissant  $\omega_{e1}$  à 0 en utilisant la mesure de  $\omega_{e2}$ . Ceci permet de garder notre loi de commande pour le mode CMM.

Considérons alors le mode FCO. Pour celui-ci, on souhaite arrêter le moteur thermique quitte à perdre un objectif :  $T_o$ . Pour forcer le système à couper le moteur thermique, on fixe la valeur de  $T_{ice}$  en dessous de la valeur des frottements du moteur (typiquement égaux à  $-60Nm$ ). Si notre contrôle était pleinement multi-

variable, perdre un actionneur remettrait en cause l'ensemble des objectifs. Notre structure nous assure que l'on ne perd que  $T_o$ , puisque ce suivi est découplé des objectifs en  $\omega_{ice}$  et  $U_{capa}$ . Grâce à un relais on remplace la valeur de  $T_{ice}$  en sortie du régulateur pour assurer le mode FCO.

Pour ces raisons, la suite de l'étude se tournera exclusivement vers l'étude du mode TT, dont le cahier des charges est :

- un temps de réponse de  $100ms$  pour  $\omega_{ice}$ ,
- $T_o$  le plus rapide possible,
- garder  $U_{capa}$  entre 400 et 450V (la valeur nominale étant 425V),
- des marges de robustesse satisfaisantes,
- une sollicitation minimale des actionneurs,
- le découplage des parties mécaniques et énergétiques,
- la résistance aux perturbations principales.

### 5.4.3 Définition des fonctions de sensibilité

Plusieurs outils permettent d'estimer si un système satisfait un certain cahier des charges sur le plan fréquentiel. Nous en verrons une partie dans le chapitre 6. Par ailleurs, il est souvent nécessaire de considérer plusieurs transferts du système. En prenant l'exemple d'un actionneur simple en boucle ouverte, il est possible d'étudier d'une part l'influence de sa commande sur sa sortie, et d'autre part de regarder les conséquences d'une perturbation sur sa sortie. Dans cette partie, plusieurs types de transferts seront définis et nous verrons quel rôle joue chacun d'eux.

Plaçons nous dans un des cas les plus simples, l'asservissement d'un système linéaire avec retour unitaire. Nous considérons donc le schéma 5.5, où  $G(s)$  est la fonction de transfert du système (de dimension  $q \times m$ ) et  $K(s)$  celle du correcteur (de dimension  $m \times q$ ). Les vecteurs des commandes  $u$  et des sorties  $y$  sont respectivement de dimension  $m$  et  $q$ . On nomme  $r$  les références (de dimension  $q$ ) et  $b$  les perturbations (de dimension  $m$ ).

La logique voudrait que l'on étudie les transferts entre les entrées du système rebouclé (à savoir les références  $r$  et les perturbations  $b$ ) et ses sorties ( $y$ ). Mais dans

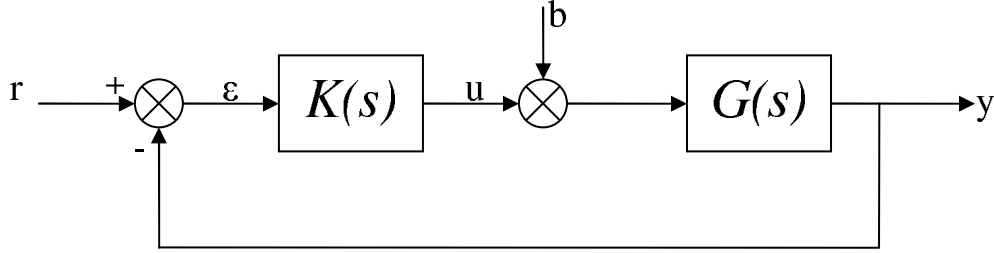


FIGURE 5.5 – Schéma d'une boucle d'asservissement simple

la majorité des cas, ces derniers ne sont pas significatifs et on étudie les transferts entre les entrées  $r$  et  $b$  et les variables  $\varepsilon$  et  $u$ . En effet, ces derniers caractérisent mieux le système. Dans cette logique, on s'intéresse au transfert suivant :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(s) & -S(s)G(s) \\ K(s)S(s) & -K(s)S(s)G(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(s) \\ b(s) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

On cherche donc à caractériser un système par quatre fonctions de transfert :

- $S$  qui est la fonction de sensibilité directe du système. Elle caractérise l'erreur de suivi apportée par les références. Par de rapides calculs, on détermine :

$$S(s) := (I_q + G(s)K(s))^{-1}$$

- la fonction  $KS$  détermine l'influence des références sur l'activité des actionneurs, à savoir  $u$ .
- la fonction  $SG$  détermine l'erreur apportée par les perturbations  $b$ .
- la fonction  $KSG$  que l'on notera aussi  $T'$  donne quant à elle l'influence des perturbations sur les commandes.

Plaçons nous dans le cas d'un système monovarié. Pour comprendre le rôle de chacun de ces transferts, on peut tracer leur module en régime sinusoïdal en fonction de la pulsation du signal d'entrée. Les tracés obtenus peuvent être comme ceux présentés sur la figure 5.6. Sur ces courbes, une flèche rouge indique quelles sont les parties des réponses fréquentielles sur lesquelles il est possible d'agir en modifiant le correcteur. Cela sous entend que les autres parties des réponses fréquentielles ne le sont pas. Cette propriété se démontre rapidement à partir de l'expression des fonctions (voir [DF99]).

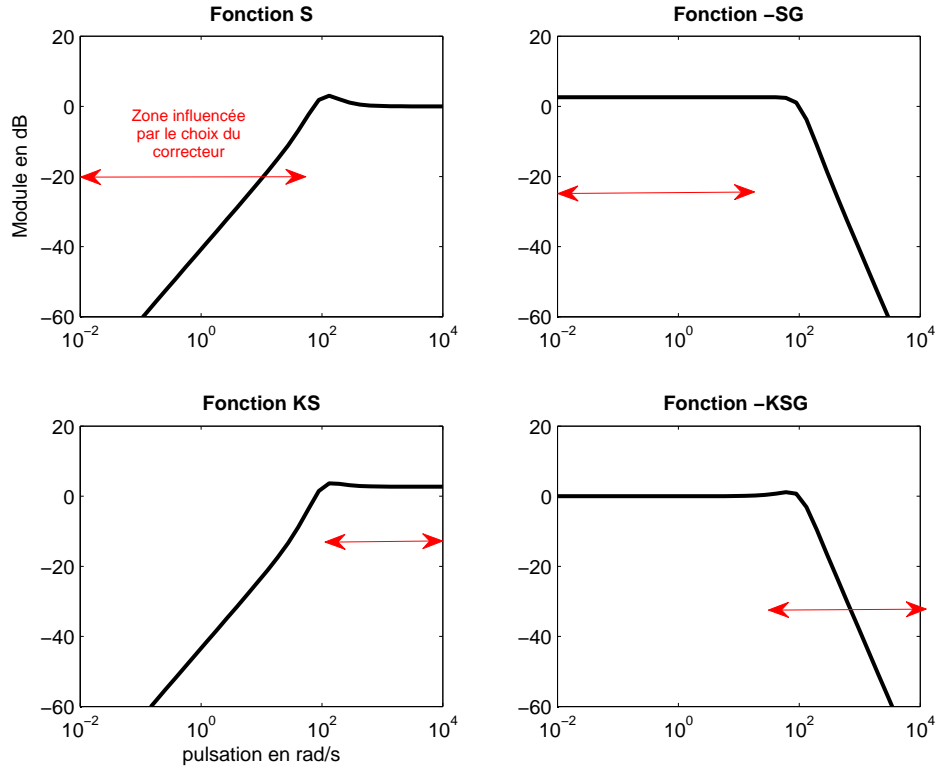


FIGURE 5.6 – Exemple de réponses fréquentielles des fonctions de transfert caractérisant un système rebouclé

Démontrons par exemple cette propriété pour la fonction  $S$ . Il faut tout d'abord poser deux hypothèses. Tout d'abord on considère que, conformément au schéma 5.5, le gain en boucle ouverte, soit  $|G(j\omega)K(j\omega)|$ , est grand en basse fréquence. Cette hypothèse est vérifiée dans de nombreux cas, du fait de l'incorporation d'actions intégrales sur les erreurs d'asservissement. La seconde hypothèse est que ce gain est faible en haute fréquence. Celle-ci est souvent vérifiée du fait que l'on évite les cas où un gain élevé en haute fréquence viendrait accentuer d'éventuels bruits de mesure. Considérons alors l'expression de la fonction  $S$  dans le cas monovarié :

$$S(s) := \frac{1}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \quad (5.7)$$

On voit très vite que compte tenu des hypothèses,  $S$  tend vers  $(G(j\omega)K(j\omega))^{-1}$



en basse fréquence, et vers 1 en haute fréquence.

#### 5.4.4 Traduction du cahier des charges en gabarits fréquentiels

Dans cette logique, il est possible de traduire un cahier des charges en gabarits fréquentiels. Les objectifs sont alors :

1. limiter l'erreur engendrée par les références, jusqu'à une certaine pulsation (c'est la bande passante de l'asservissement). Idéalement, on aimerait que  $S$  soit nulle, ce qui signifierait qu'il n'y a pas d'erreur d'asservissement. Comme cela n'est pas possible, on cherche à abaisser le module de la réponse fréquentielle de la fonction  $S$  dans une certaine gamme de fréquence.
2. Eviter que les références engendrent une trop forte activité des actionneurs. En effet, dans de nombreux cas, les actionneurs ne sont pas prévus pour fonctionner après une certaine fréquence. On va donc chercher à ne pas les solliciter au delà de celle-ci. Pour cela on cherche à diminuer le module de la fonction  $KS$  après une cette fréquence que l'on appelle bande passante des actionneurs.
3. Faire que les perturbation ne génèrent pas trop d'erreur, en diminuant le module de  $SG$ .
4. Limiter l'influence des perturbations sur les commandes, de manière à préserver les actionneurs. Comme pour  $KS$ , on cherche donc à abaisser le module de  $T'$  dans les hautes fréquences.

Il est intéressant de noter qu'il n'est pas toujours possible de satisfaire tous les critères simultanément. Par exemple, en limitant le champ d'action des commandes, on diminue la gamme de fréquence sur laquelle l'erreur sera faible. Autrement dit, il y a un compromis à réaliser entre les objectifs 1 et 2. En guise d'exemple rapide, on peut commenter les tracés de la figure 5.6. En ce qui concerne la fonction  $S$ , on limite bien l'erreur jusqu'à une certaine fréquence, et elle tend vers 0 en basse fréquence, ce qui correspond à une erreur statique nulle. Pour  $KS$ , le correcteur est moins bon puisqu'il ne limite pas les commandes aux hautes fréquences. Pour certains systèmes, cela peut poser un problème : imaginons que la mesure de  $y$  soit entachée d'un bruit haute fréquence. Dans ces conditions, il y aura une forte activité des actionneurs à haute fréquence, ce qui dans certains cas peut être mauvais pour les résultats et pour l'état des actionneurs.

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi une démarche à suivre pour la synthèse des lois de commandes du COS pour TIVA. Celle-ci reste viable pour l'ensemble des structures que nous avons vues au chapitre 3. Une des étapes clé de cette démarche est l'utilisation d'algorithmes de synthèse. Pour choisir les outils les mieux adaptés, nous considérerons les éléments que nous avons vu ici et au chapitre 4 : la nature du système (quasi-LPV), la structure de la loi de commande (à deux étages) et le cahier des charges (que l'on peut traduire en contraintes fréquentielles).



## Chapitre 6

# Synthèse d'un correcteur $K_1$

### Contents

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>137</b>
<b>6.2</b>	<b>Outils de base</b>	<b>137</b>
6.2.1	Norme $\mathcal{H}_\infty$	138
6.2.2	Calcul de la norme $\mathcal{H}_\infty$ d'un système	140
<b>6.3</b>	<b>Synthèse <math>\mathcal{H}_\infty</math> dans le cas LTI</b>	<b>143</b>
6.3.1	Principe - problème $\mathcal{H}_\infty$ standard	143
6.3.2	Méthodes de résolution du problème $\mathcal{H}_\infty$ standard	144
6.3.3	Utilisation de filtres pré- et post-compensateurs - Tracé des fonctions caractéristiques d'un système dans le cas multivariable	148
6.3.4	Intérêt et avantages de la synthèse $\mathcal{H}_\infty$	151
<b>6.4</b>	<b>COS LTI pour TIVA</b>	<b>153</b>
6.4.1	Choix des pondérations fréquentielles	153
6.4.2	Choix du point de fonctionnement pour la synthèse	155
6.4.3	Correcteur obtenu	156
<b>6.5</b>	<b>Extension de la synthèse <math>\mathcal{H}_\infty</math> au cas LPV</b>	<b>158</b>
<b>6.6</b>	<b>COS LPV pour TIVA</b>	<b>160</b>
<b>6.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>161</b>

---



## 6.1 Introduction

La transmission sur laquelle porte cette thèse, c'est à dire TIVA, est un système complexe. Tout d'abord, ce système est multivariable. Or un des points importants du cahier des charges est le découplage des sorties du système. C'est-à-dire que l'on désire par exemple modifier le régime du moteur thermique sans que cela ait une influence sur le couple à la roue.

D'autre part, c'est un système non linéaire (nous avons vu que c'était un système quasi-LPV polytopique et affine). Il est donc indispensable de concevoir une loi de commande dite robuste face à cette non-linéarité, c'est-à-dire qui ne soit pas perturbée par celle-ci. Elle devra également être robuste face aux perturbations soumises au système : réponse en couple du sol à la roue, acyclismes du moteur thermique, charge de la batterie...

A cela s'ajoute le fait que dans la mesure du possible, on cherche à utiliser des outils traduisant de manière simple un cahier des charges précis. Par cela on entend par exemple l'utilisation de gabarits fréquentiels, comme ceux que nous avons évoqués au chapitre 5.

L'ensemble de ces considérations nous pousse à utiliser la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . En effet, cette méthode répond à tous ces critères : découplage des variables à asservir, détermination de marges de robustesse et résistances aux perturbations. La prise en compte du cahier des charges se fait de manière simple en utilisant des filtres sur les erreurs de suivi, les commandes et les perturbations. De plus nous verrons que cette méthode s'étend naturellement aux systèmes LPV polytopiques et affines.

## 6.2 Outils de base

Dans cette partie, nous allons définir un ensemble d'outils nécessaires à la compréhension des méthodes de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Ces dernières s'appuient sur la définition de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ , qui passe par celle des valeurs singulières d'un système. Certaines méthodes de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  utilisent les LMI (linear matrix inequalities) ; nous introduirons cette notion.

### 6.2.1 Norme $\mathcal{H}_\infty$

#### 6.2.1.1 Valeurs singulières

Définissons d'abord la décomposition en valeurs singulières d'une matrice. Celle-ci est une généralisation au cas des matrices arbitraires (qui ne sont pas nécessairement carrées) du théorème spectral, définissant les valeurs propres. Dans cette mesure, elle permet de caractériser quelles sont les directions les plus actives au sein d'un système. D'autre part, cette décomposition est un moyen efficace pour connaître le rang d'une matrice.

La décomposition en valeur singulières d'une matrice  $A$  complexe de dimension  $p \times m$  ( $A \in \mathbb{C}^{p \times m}$ ) s'écrit :

$$A = V\Sigma W^* \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \Sigma &= \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_m\} && \text{si } p = m \\ \Sigma &= \begin{bmatrix} \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_p\} & 0_{p \times (m-p)} \end{bmatrix} && \text{si } p < m \\ \Sigma &= \begin{bmatrix} \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_m\} \\ 0_{(p-m) \times m} \end{bmatrix} && \text{si } p > m \end{aligned}$$

où  $V$  et  $W$  sont des matrices unitaires, c'est à dire telle que :  $VV^* = V^*V = I_p$  et  $WW^* = W^*W = I_m$ .

Cette décomposition fait apparaître les valeurs singulières de la matrice  $A$ , qui sont les  $\sigma_i$ . Par construction, on montre qu'elles sont positives ou nulles, et que le nombre de valeurs singulières non nulles correspond au rang de la matrice  $A$ . Les valeurs singulières peuvent également être définie par la relation suivante :

$$\sigma_i(A) := \sqrt{\lambda_i(AA^*)} = \sqrt{\lambda_i(A^*A)} \\ \text{avec } i = 1, \min(m, p)$$

Par définition, on appelle  $\bar{\sigma}(A)$  la plus grande valeur singulière et  $\underline{\sigma}(A)$  la plus petite. Celles-ci ont des propriétés intéressantes. Dans le cas d'une matrice  $A$  carrée, il est notamment possible d'établir un parallèle entre  $\bar{\sigma}(A)$  et la plus grande des valeurs propres de cette matrice. Pour une pulsation donnée, la plus grande valeur propre correspond au gain maximum que l'on peut obtenir entre une entrée et la sortie de même direction. De son côté,  $\bar{\sigma}(A)$  correspond au gain maximum possible entre une entrée et une sortie de directions a priori différentes.

Nous souhaitons approfondir le lien entre les valeurs singulières et le gain d'un système. Pour cela, on considère un système dont la matrice de transfert est  $G(s)$  et recevant un signal d'entrée de la forme  $Ee^{j\omega t}$ . De plus, rappelons la définition de la norme euclidienne :  $\|x\|_2 = \sqrt{x^*x}$ . On peut alors écrire la relation suivante à la pulsation  $\omega$  :

$$\underline{\sigma}(G(j\omega)) \leq \frac{\|G(j\omega)Ee^{j\omega t}\|_2}{\|Ee^{j\omega t}\|_2} \leq \overline{\sigma}(G(j\omega)) \quad (6.1)$$

Celle-ci découle directement des propriétés mathématiques des valeurs singulières. Parmi ces propriétés, plusieurs seront utilisées par la suite. Pour plus de précisions, on se référera à [ZDG96]. Considérons deux matrices  $A$  et  $B$  complexes et de dimensions compatibles, on a :

$$\overline{\sigma}(A) = 0 \Leftrightarrow A = 0 \quad (6.2)$$

$$\forall \lambda \in \mathbb{C} \quad \sigma_i(\lambda A) = |\lambda| \sigma_i(A) \quad (6.3)$$

$$\overline{\sigma}(A + B) \leq \overline{\sigma}(A) + \overline{\sigma}(B) \quad (6.4)$$

$$\overline{\sigma}(AB) \leq \overline{\sigma}(A)\overline{\sigma}(B) \quad (6.5)$$

$$\underline{\sigma}(AB) \geq \underline{\sigma}(A)\underline{\sigma}(B) \quad (6.6)$$

$$\overline{\sigma}(A) = \max_{x \in \mathbb{C}^m} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} \quad (6.7)$$

$$\underline{\sigma}(A) = \min_{x \in \mathbb{C}^m} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} \quad (6.8)$$

### 6.2.1.2 Norme $\mathcal{H}_\infty$

Imaginons que nous voulions définir le gain énergétique maximal d'un système, sur l'ensemble des pulsations. Cette valeur que nous nommerons norme  $\mathcal{H}_\infty$  du système, découle directement de la relation 6.1, et est définie par :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \overline{\sigma}(G(j\omega)) \quad (6.9)$$

En effet, d'après la relation 6.1, cette valeur maximale est nécessairement inférieure ou égale à  $\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \overline{\sigma}(G(j\omega))$ . D'autre part cette valeur est atteinte, par définition de la valeur singulière supérieure.  $\|G(s)\|_\infty$  définit donc bien le gain maximal du système sur l'ensemble des pulsations. Cette valeur est lisible sur le tracé des valeurs singulières de la matrice de transfert du système.



Ici aussi, certaines propriétés de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  sont remarquables. Par exemple, pour deux fonctions de transfert  $F(s)$  et  $H(s)$ , on a :

$$\|F(s)H(s)\|_\infty \leq \|F(s)\|_\infty \|H(s)\|_\infty \quad (6.10)$$

$$\left\| \begin{pmatrix} F(s) \\ H(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup(\|F(s)\|_\infty, \|H(s)\|_\infty) \quad (6.11)$$

$$\|(F(s) \ H(s))\|_\infty \geq \sup(\|F(s)\|_\infty, \|H(s)\|_\infty) \quad (6.12)$$

## 6.2.2 Calcul de la norme $\mathcal{H}_\infty$ d'un système

### 6.2.2.1 Méthode de calcul

Le problème du calcul de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  d'un système est considéré depuis le début des recherches à son sujet comme complexe. Pour cette raison, on se contente de l'approximer en calculant des bornes supérieures. Considérons un système linéaire invariant ayant le signal  $u(t)$  de dimension  $p$  pour entrée,  $y(t)$  de dimension  $q$  comme sortie,  $x(t)$  comme vecteur d'état de dimension  $n$  et dont une représentation d'état est :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (6.13)$$

où  $A$  est de dimension  $n \times n$ ,  $B$  de dimension  $n \times p$ ,  $C$  de dimension  $q \times n$  et  $D$  de dimension  $q \times p$ .

La méthode la plus utilisée pour estimer une borne supérieure de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  d'un tel système s'appuie sur le lemme borné réel :

Lemme borné réel : Soit un réel positif  $\gamma > \bar{\sigma}(D)$ .  $\|G(s)\|_\infty < \gamma$  si et seulement si il existe une matrice réelle symétrique  $X$  telle que :

$$\begin{pmatrix} X & & \\ A^T X + XA & XB & C^T \\ B^T X & -\gamma I_m & D^T \\ C & D & -\gamma I_p \end{pmatrix} < 0 \quad (6.14)$$

La méthode la plus parlante pour démontrer le lemme borné réel passe par la notion de dissipativité du système, comme le suggère [Lar07]. Il convient tout d'abord d'énoncer le lemme de Schur :

Lemme de Schur : La LMI

$$\begin{bmatrix} Q & M \\ M^T & R \end{bmatrix} > 0$$

est équivalente à

$$\begin{cases} R > 0 \\ Q - MR^{-1}M^T > 0 \end{cases}$$

Considérons alors un système dont l'entrée est  $u(t)$  et la sortie  $y(t)$  et une fonction scalaire  $S(u, y)$ , par exemple :

$$S(u, y) = \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

On dit que le système est S-dissipatif s'il existe une fonction énergétique  $V(x)$  telle que  $\frac{d}{dt}V(x) < S(u, y)$ . Si on considère la fonction énergétique  $V(x) = x^T P x$ , on a alors :

$$\frac{d}{dt}V(x) = \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + P A & P B \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

Et :

$$S(u, y) = \tilde{S}(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} -C^T C & -C^T D \\ -D^T C & -D^T D + \gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

A partir de ces deux équations, et en utilisant le lemme de Schur avec la décomposition :

$$\begin{aligned} Q &= \begin{bmatrix} A^T P + P A & P B \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} \\ R &= -\gamma^2 I \\ M &= \begin{bmatrix} C^T \\ D^T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

on montre que les relations 6.14 prouvent que le système est S-dissipatif pour la fonction définie par 6.15. Il est alors simple de montrer que si un système est S-

dissipatif, sa norme  $\mathcal{H}_\infty$  est inférieure à  $\gamma$ .

On note que la seconde partie de l'équation 6.14 est une inégalité matricielle affine (ou LMI de l'anglais linear matrix inequality). L'intérêt de cette méthode apparait en procédant par itération ; il est en effet possible de faire tendre  $\gamma$  vers  $\|G(s)\|_\infty$ . On cherche donc un couple  $(\gamma, X)$  minimisant  $\gamma$  et satisfaisant la LMI 6.14. Ce problème d'optimisation est quasi-convexe.

### 6.2.2.2 Introduction à la résolution de LMI

Bien qu'étant un formalisme mathématique ancien, l'utilisation des LMI s'est surtout développée depuis la fin des années 80. Ceci a été permis par la mise au point de nouveaux algorithmes de résolution et de nouveaux moyens de calcul. Elles ont alors été utilisées dans de nombreux domaines, allant de la commande à l'optimisation. Selon [BGFB94], la plus ancienne utilisation d'une LMI date de 1890. Elle est attribuée aux travaux de Lyapunov sur la stabilité des systèmes linéaires de la forme :

$$\dot{x}(t) = Ax(t)$$

Comme nous l'avons vu, il montre dans [Lya88] que de tels systèmes sont stables si on trouve une matrice  $P$  satisfaisant les deux LMI :

$$\begin{cases} P > 0 \\ PA + A^T P < 0 \end{cases} \quad (6.18)$$

Un historique complet des LMI est proposé par [BGFB94]. Un ensemble vaste de méthodes de commande de systèmes par formulation LMI est présenté dans [Sco97].

Par définition, une LMI s'écrit sous la forme :

$$F(x) = F_0 + x_1 F_1 + \dots + x_m F_m > 0 \quad (6.19)$$

où  $x = (x_1 \dots x_m)^T \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des  $m$  variables et  $F_0, F_1, \dots, F_m$  sont des matrices symétriques appartenant à  $\mathbb{R}^{n \times n}$ .

Un ensemble de lemmes permettent de modifier la formulation d'une LMI,

dans le but de simplifier sa résolution. Parmi ceux-ci, on citera le lemme de Schur énoncé plus haut, les lemmes d'élimination et de complétion et le lemme de Popov-Yakubovitch-Kalman. Ils sont notamment présentés dans [BGFB94] et [PZPB91].

### 6.3 Synthèse $\mathcal{H}_\infty$ dans le cas LTI

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la synthèse de correcteurs LTI, à partir d'une linéarisation du système. Pour cela, nous utiliserons les outils classiques de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ .

#### 6.3.1 Principe - problème $\mathcal{H}_\infty$ standard

Le principe de base de ces méthodes de synthèse est la minimisation de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  d'un transfert du système. Pour rester dans un cadre très général, on considère un système tel que présenté sur la figure 6.1. Sur celle-ci,  $w$  correspond aux entrées du système (références et perturbations),  $u$  aux commandes,  $z$  aux mesures utilisées par le correcteur et  $e$  est un ensemble de signaux caractérisant le fonctionnement de l'asservissement.  $K(s)$  est la fonction de transfert du correcteur et  $P(s)$  celle du système.

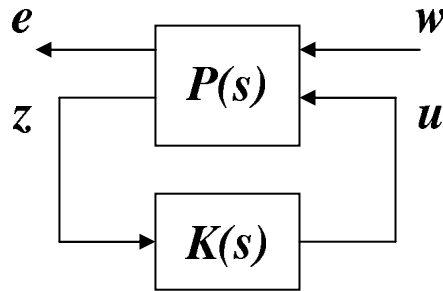


FIGURE 6.1 – Schéma de base pour le problème  $\mathcal{H}_\infty$  standard

On appelle problème  $\mathcal{H}_\infty$  standard le fait de chercher un correcteur  $K(s)$  assurant la stabilité du système et tel que  $\gamma$  soit une borne supérieure de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  du transfert entre  $w$  et  $e$ . Dans cette étude, nous nous limiterons à l'approche dite 4-blocs, pour laquelle le transfert est celui que nous avons vu au chapitre 5. Il s'agit donc du transfert reliant les références  $r$  et les perturbations  $b$  aux erreurs  $\varepsilon$

et aux commandes  $u$ , défini par :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(s) & -S(s)G(s) \\ K(s)S(s) & -K(s)S(s)G(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(s) \\ d(s) \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

$S$  étant ici la fonction de sensibilité directe du système. On souhaite donc déterminer si la relation suivante est vérifiée :

$$\left\| \begin{pmatrix} S(s) & -S(s)G(s) \\ K(s)S(s) & -K(s)S(s)G(s) \end{pmatrix} \right\|_{\infty} \leq \gamma$$

En procédant par itération, on peut trouver le correcteur qui minimise le terme  $\gamma$ . Dans ce cas, il est appelé correcteur optimal. En se basant sur les relations 6.10, 6.11 et 6.12, on montre que si on trouve un correcteur  $K$  assurant que cette norme est inférieure à un réel  $\gamma$ , alors chacun des transferts  $S$ ,  $KS$ ,  $SG$  et  $KSG$  a également une norme  $\mathcal{H}_{\infty}$  inférieure à  $\gamma$ . Nous avons vu précédemment que la minimisation de ces transferts tendait à augmenter les performances de l'asservissement.

### 6.3.2 Méthodes de résolution du problème $\mathcal{H}_{\infty}$ standard

Il existe deux méthodes de résolution du problème  $\mathcal{H}_{\infty}$  standard. La plus classique est la résolution par équations de Riccati. Elle a été proposée par [DGKF89]. Plus récemment, les auteurs de [GA94] ont développé une seconde méthode : la résolution par LMI.

Pour détailler ces deux méthodes, intéressons nous au système de la figure 6.1. Considérons également que l'on écrive la représentation d'état de  $P(s)$  sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B_w & B_u \\ C_e & D_{ew} & D_{eu} \\ C_z & D_{zw} & D_{zu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $w \in \mathbb{R}^{n_w}$ ,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ ,  $e \in \mathbb{R}^{n_e}$  et  $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ .

### 6.3.2.1 Résolution par équations de Riccati

C'est la première méthode qui a été mise au point et elle reste la plus utilisée. Elle a été introduite à la fin des années 80, et présentée dans les articles [GD88] et [DGKF89]. Elle s'appuie sur un outil mathématique vieux de trois siècles : les équations de Riccati. Il s'agit tout d'abord de définir cette notion. Pour plus de détails, on se référera à [ZDG96], [ZD97] ou [SP05]. Soit l'équation de Riccati :

$$XA + A^T X - X P X + Q = 0$$

avec  $P = P^T$  et  $Q = Q^T$  deux matrices de mêmes dimensions que  $A$ . Lorsqu'elle existe, l'unique solution symétrique de cette équation telle que toutes les valeurs propres de  $A - P X$  aient une partie réelle strictement négative peut se noter :

$$X = Ric \begin{pmatrix} A & -P \\ -Q & -A^T \end{pmatrix}$$

La méthode de résolution que nous allons voir suppose que le système à contrôler, c'est à dire  $P(s)$ , vérifie les hypothèses suivantes (qu'on appellera conditions DGKF en référence à [DGKF89]) :

- $(A, B_u)$  est stabilisable et  $(C_z, A)$  est détectable,
- $\text{rang}(D_{eu}) = n_u$  et  $\text{rang}(D_{zw}) = n_z$ ,
- $\forall \omega \in \mathbb{R}$ ,  $\begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_u \\ C_e & D_{eu} \end{pmatrix}$  est de rang plein,
- $\forall \omega \in \mathbb{R}$ ,  $\begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_w \\ C_z & D_{zw} \end{pmatrix}$  est de rang plein.

La mise en oeuvre de cette technique de résolution du problème  $\mathcal{H}_\infty$  standard se décompose alors en deux phases : tester la faisabilité du problème, puis déterminer une solution. Intéressons nous tout d'abord au problème de faisabilité. Les auteurs de [ZDG96] présentent un ensemble de méthodes applicables à plusieurs classes de système. Ils montrent toutefois qu'il est toujours possible de se ramener à un cadre d'étude se traduisant par :

$$\begin{aligned} D_{eu} &= 0 & D_{eu}^T (C_e \ D_{eu}) &= (0 \ I_{n_u}) \\ D_{zu} &= 0 & \begin{pmatrix} B_w \\ D_{zw} \end{pmatrix} D_{yw}^T &= \begin{pmatrix} 0 \\ I_{n_z} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On peut donc considérer qu'il existe une méthode universelle, applicable à

toutes les classes de systèmes.

#### Résolution par équations de Riccati : faisabilité

Considérons que les hypothèses de départ sont satisfaites et que nous sommes dans le cadre que nous venons de définir. Le problème a une solution si et seulement si :

- $H_\infty = \begin{pmatrix} A & \gamma^{-2}B_w B_w^T - B_u B_u^T \\ -C_e^T C_e & -A^T \end{pmatrix}$  n'a pas de valeur propre imaginaire pure,
- il existe une matrice  $X_\infty = Ric(H_\infty) \geq 0$ ,
- $J_\infty = \begin{pmatrix} A^T & \gamma^{-2}C_e^T C_e - C_z^T C_z \\ -B_w B_w^T & -A \end{pmatrix}$  n'a pas de valeur propre imaginaire pure,
- il existe une matrice  $Y_\infty = Ric(J_\infty) \geq 0$ ,
- $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$ ,

où  $\rho()$  désigne le module de la plus grande valeur propre.

Lorsque l'on souhaite minimiser  $\gamma$  et ainsi obtenir le correcteur optimal, il est possible d'itérer sur  $\gamma$  en refaisant ce test sans nécessairement calculer le correcteur.

#### Résolution par équations de Riccati : détermination d'une solution

Lorsque la faisabilité est démontrée, on peut déterminer les solutions du problème. Une des solutions, appelée *correcteur central* admet la représentation d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & Z_\infty Y_\infty C_z^T \\ -B_u^T X_\infty & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

où

$$\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2}B_w B_w^T X_\infty - B_u B_u^T X_\infty - Z_\infty Y_\infty C_z^T C_z$$

et

$$Z_\infty = (I_n - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)$$

Il est important de noter que le correcteur obtenu sera d'un ordre égal à celui du système. Ceci n'est pas nécessairement le cas des correcteurs obtenus par résolution de LMI.

### 6.3.2.2 Résolution par LMI

Cette méthode a été présentée plus récemment par [GA94]. Elle est basée sur la résolution d'inégalités matricielles affines (LMI). Bien que plus complexe, celle-ci apporte certains avantages, comme par exemple la possibilité d'obtenir un correcteur d'ordre réduit. Pour cette méthode, les hypothèses de départ sont plus simples puisque seule la première des conditions DGKF est nécessaire. De plus, la méthode exposée s'applique à tous les systèmes sans transformation préalable si :

$$D_{zu} = 0$$

Une seule transformation est donc nécessaire si  $D_{zu} \neq 0$

Résolution par LMI : faisabilité

Considérons que le système à contrôler satisfasse la première condition DGKF et que l'on ait  $D_{zu} = 0$ . Le problème a une solution si et seulement si 2 matrices  $R$  et  $S$  existent qui vérifient les 3 ensembles de LMI :

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I_{n_w} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AR + RA^T & RC_e^T & B_w \\ C_e R & -\gamma I_{n_e} & D_{ew} \\ B_w^T & D_{ew}^T & -\gamma I_{n_w} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I_{n_w} \end{pmatrix} < 0 \quad (6.23)$$

$$\begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I_{n_e} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A^T S + SA & SB_w & C_e^T \\ B_w^T S & -\gamma I_{n_w} & D_{ew}^T \\ C_e & D_{ew} & -\gamma I_{n_e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I_{n_e} \end{pmatrix} < 0 \quad (6.24)$$

$$\begin{pmatrix} R & I_n \\ I_n & S \end{pmatrix} \geq 0 \quad (6.25)$$

où  $N_R$  et  $N_S$  constituent une base des noyaux de  $(B_u^T \ D_{eu}^T)$  et  $(C_z \ D_{zw})$  respectivement. Si on désire que le correcteur obtenu soit d'un ordre  $r < n$ , il faut de plus que :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} R & I_n \\ I_n & S \end{pmatrix} \leq n + r \quad (6.26)$$

Résolution par LMI : détermination d'une solution

Une fois la faisabilité démontrée, on obtient le correcteur désiré à partir des matrices  $R$  et  $S$ . Plusieurs méthodes ont été mises au point. Il est tout d'abord possible d'obtenir une forme explicite du correcteur, fonction de  $R$  et  $S$  (voir [Gah94]).



Pour sa part, les auteurs de [GA94] proposent un calcul du correcteur par résolution de LMI. Il est intéressant de noter que le correcteur obtenu par résolution de LMI n'est pas nécessairement le correcteur central obtenu par équations de Riccati (mais il fait partie de l'ensemble des solutions ainsi obtenu).

La démarche est la suivante :

Soit  $\begin{pmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{pmatrix}$  la représentation d'état du contrôleur  $K(s)$  cherché. En utilisant les équations 6.21 avec  $D_{zu} = 0$ , il est facile d'obtenir la représentation d'état  $\begin{pmatrix} A_{Cl} & B_{Cl} \\ C_{Cl} & D_{Cl} \end{pmatrix}$  du système en boucle fermée de la figure 6.1, qui dépend de façon affine de  $A_K$ ,  $B_K$ ,  $C_K$  et  $D_K$ . D'après le lemme borné réel, la norme  $\mathcal{H}_\infty$  du système bouclé est inférieure à  $\gamma$  s'il existe  $X_{cl}$  telle que :

$$\begin{pmatrix} A_{Cl}^T X_{cl} + X_{cl} A_{Cl} & X_{cl} B_{Cl} & C_{Cl}^T \\ B_{Cl}^T X_{cl} & -\gamma I_m & D_{Cl}^T \\ C_{Cl} & D_{Cl} & -\gamma I_p \end{pmatrix} < 0 \quad (6.27)$$

il faut alors déterminer deux matrices  $M$  et  $N$  dans  $\mathbb{R}^{n \times k}$  telles que :

$$MN^T = I - RS \quad (6.28)$$

On détermine alors  $X_{cl}$  la solution de l'équation  $\Pi_2 = X_{cl}\Pi_1$ , où :

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} I & R \\ 0 & M^T \end{pmatrix}, \quad \Pi_2 = \begin{pmatrix} S & I \\ N^T & 0 \end{pmatrix} \quad (6.29)$$

L'inégalité 6.27 est alors une LMI en  $A_K$ ,  $B_K$ ,  $C_K$  et  $D_K$ .

### 6.3.3 Utilisation de filtres pré- et post-compensateurs - Tracé des fonctions caractéristiques d'un système dans le cas multivariable

#### 6.3.3.1 Prise en compte d'un cahier des charges par l'utilisation de filtres

Les méthodes de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  permettent d'obtenir un correcteur stabilisant le système et assurant que sa norme  $\mathcal{H}_\infty$  est inférieure à  $\gamma$  (entre  $w$  et  $e$  de la figure 6.1). Nous avons vu que dans le cas de la synthèse 4-blocs, cela impliquait

que chacun des sous-transferts  $S$ ,  $KS$ ,  $SG$  et  $T'$  ait une norme  $\mathcal{H}_\infty$  inférieure elle aussi à  $\gamma$ . La connaissance des propriétés de ces fonctions nous permet de dire que cela tend à améliorer globalement les performances du système. Mais cette méthode ne permet pas de pondérer les différents objectifs de performances. Or on peut parfois avoir besoin de mettre l'accent sur un des points du comportement du système (temps de réponse pour une des références, pour une autre référence, dépassement ou limitation d'un des actionneurs...).

Pour palier à ce problème, il est possible d'utiliser des filtres pré- ou post-compensateurs lors de la synthèse. Le but est alors que ces filtres traduisent les objectifs du contrôle, autrement dit le cahier des charges. Pour être complet, il est nécessaire d'utiliser un filtre sur les erreurs de suivi, sur les commandes et sur les perturbations. Pour les systèmes multivariables, il est par exemple possible de donner des objectifs différents pour chacune des erreurs (de même pour les commandes, ou les perturbations lorsqu'il y en a plusieurs). Considérons donc la figure 6.2.

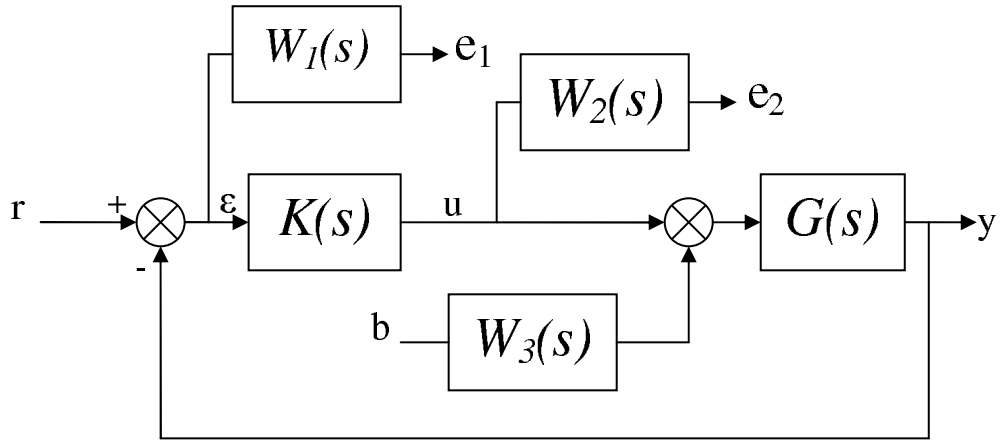


FIGURE 6.2 – Système pondéré utilisé pour la synthèse

Pour un tel système,  $e_1$  symbolise les erreurs après filtrage et  $e_2$  les commandes, également après filtrage. Le transfert de  $r$  et  $b$  vers  $e_1$  et  $e_2$  est alors donné par :

$$\begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) & -W_1(s)S(s)G(s)W_3(s) \\ W_2(s)K(s)S(s) & -W_2(s)T'(s)W_3(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(s) \\ b(s) \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Dans ce transfert, les fonctions  $S$ ,  $KS$ ,  $SG$  et  $T'$  sont celles du système non pondéré. Imaginons que la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  d'un correcteur pour le système pondéré assure une norme inférieure à  $\gamma$ . D'après les propriétés de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  (6.10, 6.11 et 6.12), on a alors dans le cas monovariante les relations suivantes :

$$\|W_1(s)S(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R} \quad |S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W_1(j\omega)|} \quad (6.31)$$

$$\|W_2(s)K(s)S(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R} \quad |K(j\omega)S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W_2(j\omega)|} \quad (6.32)$$

$$\|W_1(s)S(s)G(s)W_3(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R} \quad |S(j\omega)G(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W_1(j\omega)W_3(j\omega)|} \quad (6.33)$$

$$\|W_2(s)T'(s)W_3(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R} \quad |T'(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W_2(j\omega)W_3(j\omega)|} \quad (6.34)$$

Grâce à ces quatre relations, on voit qu'il est possible de "modeler" les transferts  $S$ ,  $KS$ ,  $SG$  et  $T'$  en jouant sur la forme des filtres. La prise en compte du cahier des charges s'appuie donc sur les faits suivants :

- En élevant la valeur de  $W_1(s)$  en basse fréquence, on y limite  $|S(j\omega)|$ , ce qui a pour effet de diminuer l'erreur statique de l'asservissement. On garde une valeur élevée pour  $W_1(s)$  jusqu'à la fréquence  $\omega_1$  qui correspondra à la bande passante minimale souhaitée pour l'asservissement. De plus, la valeur du gabarit aux hautes fréquences correspond à l'inverse de la marge de module (définie comme la distance du lieu de Nyquist au point  $-1$  maximale souhaitée).
- En élevant la valeur de  $W_2(s)$  aux hautes fréquences, on y limite  $|K(j\omega)S(j\omega)|$ , ce qui a pour effet de diminuer la sollicitation des actionneurs à partir d'une certaine fréquence. La fréquence limite choisie est alors déterminante.
- En élevant la valeur de  $W_3(s)$  en basse fréquence, on y limite  $|S(j\omega)G(j\omega)|$  et  $|T'(j\omega)|$ , ce qui a pour effet de diminuer l'effet des perturbations sur le système.

Dans la mesure où ils traduisent le cahier des charges, on nomme gabarits les inverses des filtres (où leur combinaison en fonction des tracés que l'on regarde, à savoir  $\frac{1}{W_1}$ ,  $\frac{1}{W_2}$ ,  $\frac{1}{W_1W_3}$  et  $\frac{1}{W_2W_3}$ ).

Suivant la complexité du cahier des charges que l'on souhaite vérifier, il est

possible de jouer sur l'ordre des filtres. Toutefois, il faut noter que l'ordre du correcteur obtenu sera d'un ordre égal à la somme de l'ordre du système et de celui des filtres. Il est donc nécessaire de limiter l'ordre des filtres lorsque cela est possible. Dans cette optique, il est par exemple fréquent de prendre des filtres d'ordre nul pour  $W_3(s)$ .

Dans le cas des systèmes multivariables, les filtres sont des matrices (souvent diagonales) qui permettent de donner des objectifs différents à chaque variable. Par exemple, on peut souhaiter des temps de réponse différents pour deux références. De plus, il est possible d'étendre les relations 6.31 à 6.34 en utilisant les valeurs singulières des filtres. Nous verrons ceci dans le chapitre suivant.

On note que l'utilisation de tels filtres compensateurs peut également être faite dans un cadre d'analyse de système. En effet, le calcul de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  d'un système pondéré permet d'évaluer plus finement les performances de celui-ci. Toutefois, cette méthode est moins précise et plus complexe que celles que nous verrons par la suite.

#### 6.3.4 Intérêt et avantages de la synthèse $\mathcal{H}_\infty$

Comme nous l'avons vu précédemment, les méthodes de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  ont été développées à la fin des années 80. Depuis, elles connaissent de nombreuses applications dans le domaine industriel, allant de la commande de missiles à celle de véhicules. Ces méthodes font partie de la théorie de la commande robuste, dont la caractéristique première est la prise en compte de marges de stabilité et en particulier d'une marge de module. Ces marges permettent de faciliter le passage d'un système fictif, utilisé pour la synthèse et la simulation, au système réel. Il existe en effet de nombreuses sources de différences entre ces deux systèmes. D'une part, un modèle ne peut pas prendre en compte l'intégralité des phénomènes<sup>1</sup> prenant place dans un système ; d'autre part, certaines dynamiques peuvent être négligées si elles sont beaucoup plus rapides ou plus lentes que celles qui nous intéressent.

---

1. Cela peut être involontaire (manque de connaissance sur le système) et/ou volontaire (utilisation de modèles plus simples pour la synthèse de lois de commande pour des raisons de complexité et calculabilité des méthodes)

Ce type de simplifications est d'ailleurs indispensable pour obtenir un modèle suffisamment simple. Certains paramètres peuvent être pris fixes alors qu'ils dépendent d'une variable externe au système. D'autre part, il est possible que l'on ait fait des erreurs sur l'appréciation de la valeur d'un paramètre. Un des cas les plus fréquents est la disparité d'un paramètre au sein d'un ensemble de pièces industrielles supposées identiques.

L'ensemble de ces imprécisions peut être à la base d'un mauvais fonctionnement d'une loi de commande sur le système réel. De bonnes marges de robustesse permettent de limiter de tels phénomènes. C'est le principal atout des méthodes de synthèse robuste.

Deuxièmement, la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  a pour caractéristique de contrôler à la fois les signaux  $e$  et  $u$ , ce qui conduit à des commandes plus douces, qui seront en adéquation avec les capacités du système. Elles prennent en compte les compromis qu'il est indispensable de faire sur un système réel. Ces méthodes permettent donc de suivre un cahier des charges précis et exprimé de manière fréquentielle. Comme nous l'avons vu, l'utilisation de pondérations fréquentielles permet de cibler précisément un ensemble d'objectifs distincts.

Un autre avantage important est le fait que cette approche est bien adaptée aux systèmes multivariables. De tels systèmes sont très fréquents dans le milieu industriel, et ils demandent souvent l'utilisation de méthodes plus complexes. La synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  permet la synthèse de correcteurs pour de tels systèmes en assurant le découplage des différentes variables. Elle est également bien adaptée à la synthèse de correcteurs pour la classe plus générale des systèmes LPV qui nous intéresse tout particulièrement dans cette étude.

Enfin, il est intéressant de noter que la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  permet de prendre en compte un objectif de robustesse vis-à-vis d'incertitudes modélisées sous forme non structurée (voir [ZDG96]).

## 6.4 COS LTI pour TIVA

Dans l'optique de ce que nous avons vu précédemment, la première solution envisagée pour le contrôle de TIVA est la synthèse d'un COS LTI, par synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . Celle s'appuie alors sur les points suivants : le réglage des pondérations de synthèse et le choix du point du polytope où on linéarise le système. Nous verrons ensuite dans quelle mesure il est possible de réduire le correcteur obtenu.

### 6.4.1 Choix des pondérations fréquentielles

Un des principaux avantages de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  est le fait qu'elle permet la prise en compte d'un cahier des charges précis, traduit sous la forme de pondérations fréquentielles. Idéalement, celles-ci reprennent chaque point du cahier des charges, à partir de leur fréquence de coupure ou de leur gain à hautes ou basses fréquences. La réalité est un peu plus complexe.

En effet, il est indispensable de prendre en compte certains aspects importants de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  utilisant de tels filtres. En effet, les gabarits ne seront respectés que si la synthèse garantit un  $\gamma$  inférieur à 1. Ceci traduit le fait que l'on ne peut pas imposer n'importe quelle contrainte à un système. D'autre part, la synthèse garantit que ces gabarits sont respectés, mais cela ne signifie pas que les réponses fréquentielles sont proches de ceux-ci. Par exemple, il peut arriver qu'un des objectifs soit loin d'être respecté, tandis que d'autres le sont largement. L'expérience montre qu'avec le même système, et en jouant sur les pondérations, il est parfois possible de satisfaire tous les objectifs.

Enfin, certains objectifs peuvent être difficiles à traduire sous forme de gabarits fréquentiels (réponse à un signal en trapèze, gabarits temporels pour le rejet de perturbation...). Dans ce cas, une validation a posteriori des contraintes du cahier des charges doit être effectuée.

Dans de nombreux cas, ces considérations imposent que l'on travaille de manière itérative pour la détermination de la réponse fréquentielle des filtres. Nous avons fait le choix de fonctionner de la manière suivante :

- On choisit tout d'abord un réglage des pondérations fréquentielles traduisant

fidèlement le cahier des charges. Lorsque la synthèse est efficace, c'est à dire que  $\gamma < 1$ , on sélectionne le correcteur. Sinon il est nécessaire de relâcher certaines contraintes.

- Les performances sont alors estimées sur le système linéarisé sur le point de synthèse. Pour cela, on trace les fonctions caractéristique du système rebouclé et on réalise des simulations temporelles. Si les performances exprimées par le cahier des charges ne sont pas respectées, il est nécessaire de modifier la valeur des filtres.
- Par itération, on converge vers un "bon" réglage.

La modification des valeurs des pondérations se fait de manière ciblée à partir des résultats. Par exemple, si on voit que notre système est trop actif (trop forte sollicitation des actionneurs), on réduira la fréquence de coupure du filtre  $W_2$ . Lors de cette étape, on tire un grand avantage de la dissociation des objectifs par la nature des filtres : sur les erreurs, sur les commandes et sur les perturbations.

Lors de cette étude, nous n'avons utilisé que des filtres diagonaux, composés d'éléments du premier ordre pour  $W_1$  et  $W_2$ , et de constantes pour  $W_3$ . Nous avons convergé vers :

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{2s+20}{20s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.4s+20}{4s+1} \end{bmatrix}$$

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.05s+0.1}{0.0004167s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.05s+0.1}{0.0004167s+1} \end{bmatrix}$$

$$W_3(s) = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La méthode que nous avons utilisée dans cette thèse permet de modifier le comportement du système de manière très efficace. A chaque étape, nous avons pu nous intéresser à un des aspects de la régulation indépendamment des autres comportements.

### 6.4.2 Choix du point de fonctionnement pour la synthèse

Dans le cadre de la synthèse d'un correcteur pour un système LPV, le choix d'un point de synthèse est une étape très importante. Comme nous l'avons vu sur le diagramme présentant la démarche à suivre pour la synthèse, il est en lien avec la conservation des performances de la boucle fermée lorsque le système évolue dans le polytope. La démarche itérative qui a été suivie est la suivante :

- On choisit tout d'abord un point du polytope qui nous donne, après réglage des pondérations fréquentielles, un correcteur LTI.
- Lorsque la stabilité et les performances ont été jugées satisfaisantes sur le système linéarisé correspondant au point de synthèse, on regarde l'effet de la variation des paramètres variants. Si les performances sont nettement dégradées en considérant des variations dans le polytope, alors il est nécessaire d'essayer un autre point de synthèse.
- Par itération, on converge vers un "bon" point de synthèse.

Les outils permettant de tester la stabilité et les performances du système rebouclé seront présentés par la suite.

Pour le système de l'étude, nous avons observé que les points de synthèse correspondant à de faibles valeurs de  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$  donnaient de meilleurs résultats. L'explication vient de la nature de notre système, et plus particulièrement de l'équation énergétique :

$$\dot{E}_{capa} = -\omega_e T_e - \mathcal{P}_{loss} \quad (6.35)$$

Imaginons qu'un correcteur soit synthétisé sur un point correspondant à des petites valeurs de  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ . Cela signifie qu'il est en mesure d'asservir la tension de la batterie pour des valeurs faibles de  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ , c'est à dire nécessitant des valeurs relativement élevées de  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$ . Cette tâche ne peut être que plus facile lorsque  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$  augmentent, puisque les machines seront moins sollicitées en couple.

D'autre part, nous avons observé que les deux axes du polytope (machines 1 et 2) étaient identiques au signe près. En pratique nous avons donc toujours pris



des points de synthèse sur la droite  $\omega_{e2} = -\omega_{e1}$ .

Le point du polytope que nous avons retenu pour la synthèse est donc assez proche de l'origine, tout en étant relativement au centre du polytope.

### 6.4.3 Correcteur obtenu

Le système que nous voulons contrôler étant d'ordre 3, et compte tenu de la nature des pondérations (2 filtres du premier ordre pour  $W_1$ , 2 filtres du premier ordre identiques pour  $W_2$ , et des constantes pour  $W_3$ ), nous obtenons un filtre<sup>2</sup> d'ordre 6. Ce correcteur est présenté sur la figure 6.3.

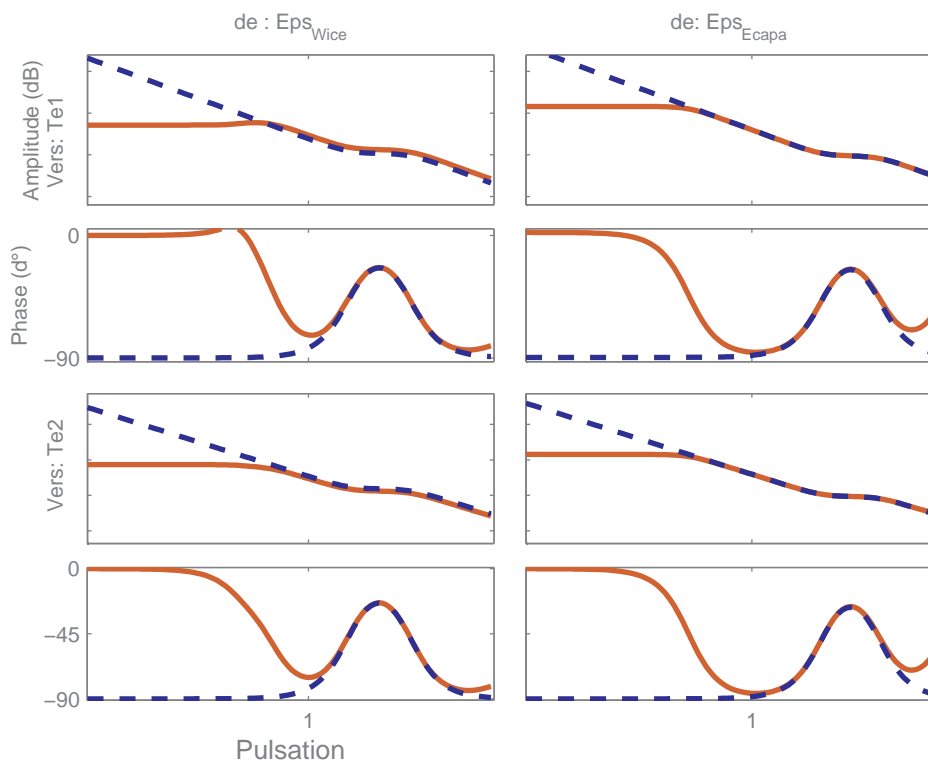


FIGURE 6.3 – Correcteur  $K_1$  plein (rouge) et simplifié (bleu - pointillés)

2. Cet ordre est une conséquence des outils de synthèse utilisés.

Puisque cet ordre provient des contraintes de l'algorithme de synthèse, le correcteur peut éventuellement comporter des états artificiels et ne posséder finalement qu'un nombre réduit d'états permettant de satisfaire les spécifications fréquentielles. Pour éliminer ces états, une analyse au sens des valeurs singulières de Hankel a été faite. Par exemple, la décomposition en valeurs singulières de Hankel d'un des transferts du système est donné par la figure 6.4. Bien que cela ne soit pas clairement lisible sur cette figure, nous avons déterminé que le rapport entre une des valeurs et la première devenait important à partir de la troisième valeur singulière (il est grand pour  $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ ,  $\frac{\sigma_1}{\sigma_4}$ ,  $\frac{\sigma_1}{\sigma_5}$  et  $\frac{\sigma_1}{\sigma_6}$ ). Ceci nous pousse à penser que pour ce transfert, une simplification donnant un second ordre sera acceptable. Nous avons vérifié qu'il en était de même pour les autres transferts du correcteur.

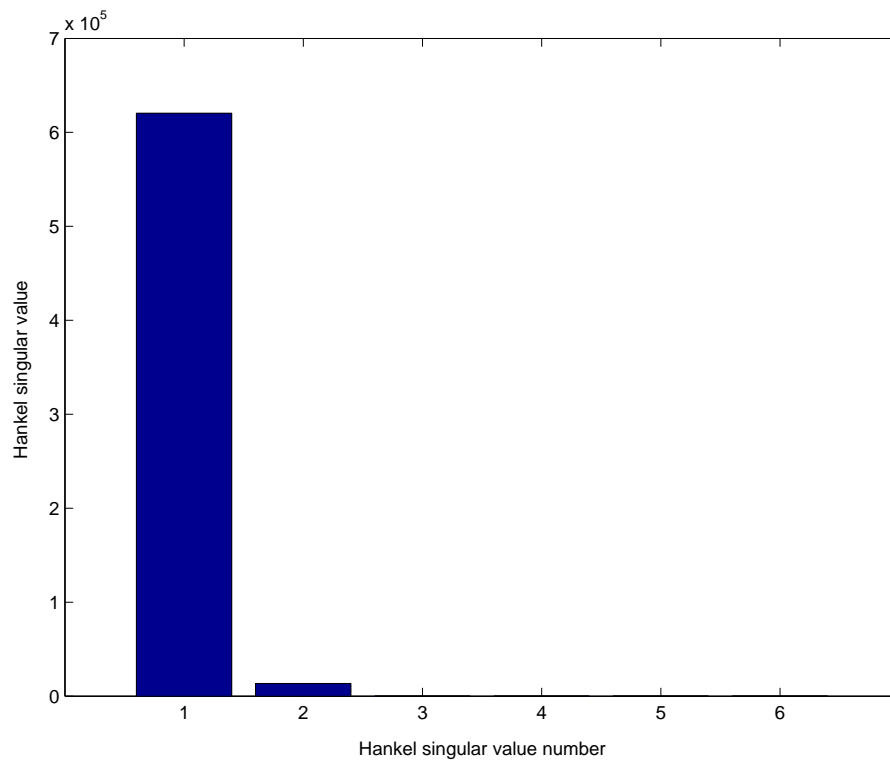


FIGURE 6.4 – Décomposition en valeurs singulières de Hankel d'un sous transfert du correcteur  $K_1$

Nous nous sommes donc intéressés à sa simplification en gardant à l'esprit qu'il faut que le correcteur réduit satisfasse l'ensemble des spécifications, c'est-à-dire la

relation suivante, en remplaçant  $K_1$  par son simplifié :

$$\left\| \begin{pmatrix} W_1(s)S(s) & -W_2(s)S(s)G(s) \\ W_1(s)K_1(s)S(s)W_3(s) & -W_2(s)K_1(s)S(s)G(s)W_3(s) \end{pmatrix} \right\|_{\infty} \leq \gamma \quad (6.36)$$

Conformément à ce que nous attendions par rapport à l'étude des valeurs singulières de Hankel, chaque sous transfert de  $K_1$  (le correcteur a 2 entrées et 2 sorties) peut être réduit à l'ordre 2 sans modifier son profil de manière significative. Nous savons également que l'algorithme de synthèse nécessitait l'utilisation de pondérations fréquentielles stables, ce qui impose notamment que les filtres sur les erreurs (c'est à dire  $W_1$ ) aient un pôle basse fréquence strictement négatif. On peut montrer deux choses : on retrouve approximativement ce pôle dans les transferts correspondant du correcteur, et faire tendre ce pôle vers zéro permet d'annuler l'erreur statique sans aucune dégradation des performances. On peut donc améliorer les performances de notre correcteur en remplaçant au sein du correcteur ces pôles par des pôles nuls.

Le correcteur que nous obtenons après ces simplifications est constitué de 4 correcteurs proportionnel/intégral (PI) avec filtrage des hautes fréquences. Ce correcteur est d'ordre 4. Le correcteur, une fois simplifié est également visible sur la figure 6.3. Son analyse (robustesse de la stabilité et des performances, simulations) sera réalisée aux chapitres 7 et 8.

## 6.5 Extension de la synthèse $\mathcal{H}_{\infty}$ au cas LPV

Pour contrôler un système LPV, nous avons vu qu'il était possible d'utiliser un correcteur fixe. Celui-ci sera alors simple à synthétiser et à implémenter mais présentera la particularité d'assurer des performances pouvant dépendre très fortement de l'évolution des paramètres. L'utilisation d'un correcteur dépendant lui aussi des paramètres variants peut permettre de résoudre ce problème. On parle alors de correcteur LPV. Celui-ci ne garantit plus que l'on obtienne un comportement optimal en un point du polytope, en essayant d'être le plus efficace possible sur l'ensemble de ce dernier, mais qu'il est optimal pour toute variation des paramètres.

La méthode de synthèse, présentée par [AGB95], pour un système LPV polytopique et affine est encore une fois l'extension de celles utilisées dans le cas linéaire. Comme dans le cas linéaire, cette méthode s'appuie tout d'abord sur l'étude de la faisabilité du problème. Comme nous utilisons ici une synthèse par résolution de LMI, uniquement la première des conditions DGKF doit être vérifiée, mais sur chaque sommet du polytope. De plus, on suppose que  $D_{zu}(\theta) = 0$  et que  $B_u$ ,  $D_{eu}$ ,  $C_z$  et  $D_{zw}$  sont indépendants de  $\theta$ . On nomme  $\pi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  les sommets du polytope. Le problème de synthèse de correcteur LPV est alors faisable si et seulement si 2 matrices  $R$  et  $S$  existent qui vérifient sur chaque sommet du polytope les 3 ensembles de LMI :

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I_{n_w} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A(\pi_i)R + RA^T(\pi_i) & RC_e^T(\pi_i) & B_w(\pi_i) \\ C_e(\pi_i)R & -\gamma I_{n_e} & D_{ew}(\pi_i) \\ B_w^T(\pi_i) & D_{ew}(\pi_i)^T & -\gamma I_{n_w} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I_{n_w} \end{pmatrix} < 0 \quad (6.37)$$

pour  $i = 1, \dots, N$

$$\begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I_{n_e} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A^T(\pi_i)S + SA(\pi_i) & SB_w(\pi_i) & C_e^T(\pi_i) \\ B_w^T(\pi_i)S & -\gamma I_{n_w} & D_{ew}^T(\pi_i) \\ C_e(\pi_i) & D_{ew}(\pi_i) & -\gamma I_{n_e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I_{n_e} \end{pmatrix} < 0 \quad (6.38)$$

pour  $i = 1, \dots, N$

$$\begin{pmatrix} R & I_n \\ I_n & S \end{pmatrix} \geq 0 \quad (6.39)$$

où  $N_R$  et  $N_S$  constituent une base des noyaux de  $(B_u^T \ D_{eu}^T)$  et  $(C_z \ D_{zw})$  respectivement. Si on désire que le correcteur obtenu soit d'un ordre  $r < n$ , il faut de plus<sup>3</sup> que :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} R & I_n \\ I_n & S \end{pmatrix} \leq n + r \quad (6.40)$$

Comme dans le cas linéaire, il y a plusieurs méthodes pour obtenir l'expression du correcteur. Rappelons que l'on se place dans le cas d'un système LPV polytopique. Dans ce cas, le correcteur obtenu sera également linéairement dépendant

---

3. Notons cependant que ce genre de contraintes, non convexes, complexifie énormément la résolution du problème. On préfère ainsi faire une synthèse d'ordre plein, et réduire a posteriori le correcteur obtenu.

des paramètres variants. On peut tout d'abord l'obtenir directement en suivant l'approche présentée par [Gah94]. Sinon, on peut suivre la même démarche que celle présentée dans le cas linéaire au paragraphe 6.3.2.2 et qui s'appuie sur les résultats de [GA94]. Ces méthodes nous permettent par exemple de déterminer la réalisation du correcteur sur les sommets du polytope. L'expression du correcteur LPV sera alors un barycentre de ces derniers, pondéré à chaque instant en fonction des valeurs des paramètres variants.

## 6.6 COS LPV pour TIVA

La synthèse d'un correcteur LPV a été réalisée dans le cas de TIVA. Pour cela, nous avons suivi la méthodologie de synthèse présentée au chapitre 5.3. Toutefois dans ce cas, le problème du choix du point de fonctionnement ne se pose pas, puisque c'est le polytope de variation des paramètres qui est considéré. La mise au point du correcteur se fait donc uniquement par le choix des pondérations, qui ont le même rôle que dans le cas d'un correcteur LTI.

Un ensemble de tests réalisés en simulation sur le modèle linéaire du système nous ont permis de converger vers un jeu de pondérations apportant de bonnes performances. Pour être complet, ces test ont été réalisés sur plusieurs modèles linéaires obtenus sur différents points de fonctionnement. Au final, les pondérations vers lesquelles nous avons convergé pour synthétiser le correcteur LPV sont les mêmes que dans le cas LTI, à savoir :

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{2s+20}{20s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.4s+20}{4s+1} \end{bmatrix}$$

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.05s+0.1}{0.0004167s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.05s+0.1}{0.0004167s+1} \end{bmatrix}$$

$$W_3(s) = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Puisque notre modèle de synthèse est polytopique, le correcteur que nous obtenons l'est aussi. En l'occurrence, son expression dépend linéairement des paramètres  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ . Il est donc à chaque instant un barycentre de ses réalisations invariantes aux sommets du polytope, pondéré à chaque instant en fonction de la valeur des paramètres  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ .

Pour les mêmes raisons que dans le cas LTI, il est intéressant de réduire, si possible, ce correcteur. Pour cela, nous étudions les réalisations du correcteur sur chacun des sommets et réduit chacune d'elles, en suivant la même approche que dans le cas LTI (réduction au sens des valeurs singulières de Hankel). Sur chaque sommet, nous obtenons un correcteur  $K_1$  d'ordre 4. Pour un correcteur LPV, une contrainte s'ajoute au fait de conserver le respect des gabarits de synthèse dans la zone de fréquences d'intérêt : il est indispensable de garder une certaine uniformité structurelle entre les correcteurs réduits, qui correspondent aux sommets du polytope. Sans cela, nous pourrions compromettre le fait que nous avons bien affaire à un seul correcteur LPV et non à 4 correcteurs différents. En pratique, on réduit au même ordre chacun des sous transferts, et on place les correcteurs de chaque sommet dans leur représentations d'état équilibrées. La conformité du correcteur réduit devra être validée par des outils d'analyse dans le cadre des systèmes LPV. Ceci sera réalisé au chapitre 7.

Il est alors intéressant de visualiser les réalisations du correcteur réduit, sur les 4 sommets du polytope. Elles sont présentées sur la figure 6.5.

Sur cette figure, nous voyons que les 4 réalisations sont très proches d'un sommet à l'autre : elles ne diffèrent que d'un gain. Cela pourrait laisser penser qu'un correcteur LTI est suffisant pour contrôler notre système et ainsi satisfaire le cahier des charges. Mais nous devons vérifier cette propriété par des outils d'analyse et par simulation (chapitre 7).

## 6.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu une méthode de synthèse de correcteur adaptée à notre système. Deux optiques ont été envisagées : utiliser un correcteur LTI quelle

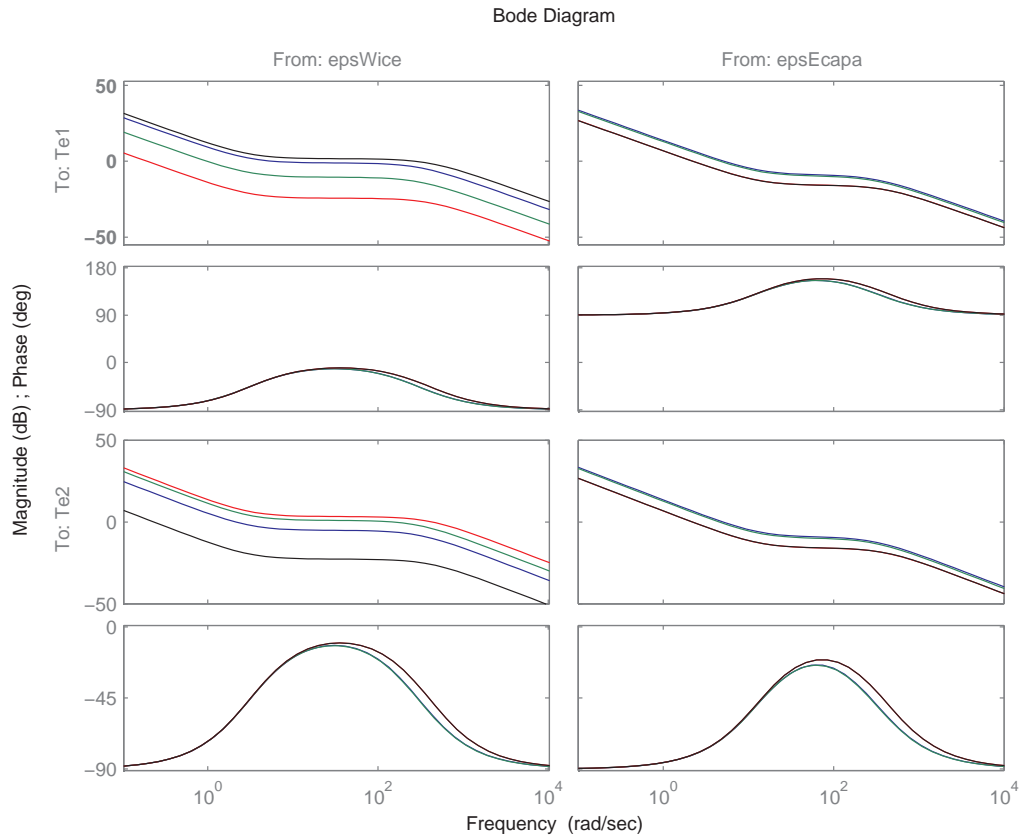


FIGURE 6.5 – Diagrammes de Bode des réalisations du correcteur LPV sur les 4 sommets du polytope

que soit la position du système sur le polytope, et concevoir un correcteur LPV prenant en compte cette non-linéarité. Quelle que soit la solution envisagée, notre loi de commande contient un étage boucle ouverte qui s'ajoute au correcteur ainsi synthétisé. Les garanties de stabilité et de performances du système global sont donc à vérifier. Pour cela, des outils ont été utilisés et mis au point. Nous les verrons dans le chapitre 7.







## Chapitre 7

# Analyse du correcteur / simulations

### Contents

---

<b>7.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>167</b>
<b>7.2</b>	<b>Tracé des fonctions caractéristiques pour les systèmes multivariables . . . . .</b>	<b>168</b>
<b>7.3</b>	<b>Analyse de la stabilité de notre système . . . . .</b>	<b>170</b>
7.3.1	$\mu$ -analyse . . . . .	171
7.3.2	Analyse quadratique de Lyapunov . . . . .	174
<b>7.4</b>	<b>Analyse des performances de notre système . . . . .</b>	<b>177</b>
7.4.1	Gain $L_2$ . . . . .	177
7.4.2	Tracé des évaluations de fonctions de sensibilité . . . . .	178
<b>7.5</b>	<b>Validation des lois de commande par simulation . . . . .</b>	<b>190</b>
7.5.1	Résultats obtenus sur le modèle simple . . . . .	190
7.5.2	Comparaison des correcteurs LTI et LPV par simulation	191
7.5.3	Résultats sur un simulateur complet . . . . .	195
<b>7.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>203</b>

---



## 7.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons détaillé la synthèse d'un correcteur pour le premier étage du COS de TIVA. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur la théorie de la commande  $\mathcal{H}_\infty$ , en utilisant des pondérations fréquentielles traduisant le cahier des charges. Deux approches ont alors été envisagées : la première à partir d'une linéarisation du système sur un point du polytope, et la seconde en synthétisant un correcteur LPV. Notre but est de combiner cette loi de commande (que ce soit l'une ou l'autre) avec un second étage algébrique ( $K_2$  vu au chapitre 4) et d'appliquer l'ensemble à notre système non-linéaire.

Dans ce cadre, l'ensemble des garanties de stabilité et de performance offert par ces outils est perdu. Or celles-ci sont primordiales dans le contexte de l'étude. Pour retrouver de telles garanties, il est possible d'utiliser des outils d'analyse. Deux axes sont alors exploités : la stabilité du système et ses performances. Ces outils ont permis la détermination d'un "bon" point de synthèse ainsi que le réglage des pondérations fréquentielles.

Pour présenter ces outils, on considère que pour un système LPV, la variation des paramètres peut être vue sous deux facettes. D'une part, à un moment donné, on ne connaît pas la position du point de fonctionnement dans le polytope (valeurs des paramètres inconnues, mais supposées constantes). Pour étudier cet aspect, il est possible de faire de l'analyse point par point dans le polytope, ou de considérer que c'est une incertitude en faisant de la  $\mu$ -analyse. D'autre part, il faut considérer que ce point de fonctionnement se déplace dans le polytope. Autrement dit il a une dynamique (c'est ce qui confère l'aspect non-linéaire au système). Dans le cas des systèmes LPV polytopiques et affines, des outils permettent de statuer, en s'appuyant notamment sur le gain  $L_2$  du système. Ces outils sont majoritairement les extensions d'outils utilisés dans le cas linéaire invariant.

Enfin, nous présenterons un ensemble de simulations du système, qui permettent de caractériser notre loi de commande. Deux modèles seront alors utilisés : le premier est simple et rapide (en terme de temps de calcul) et permet le réglage des pondérations de synthèse ; le second est nettement plus complexe et permet de valider le correcteur avant de l'utiliser sur un véhicule réel.

## 7.2 Tracé des fonctions caractéristiques pour les systèmes multivariables

Les méthodes de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  avec filtres compensateurs garantissent, lorsque  $\gamma < 1$ , que les gabarits sont respectés. Mais pour connaître le comportement précis du système rebouclé, il est usuel de regarder certains tracés. Ici, on se place dans le cas du système linéarisé en un point du polytope. Cet outil sert donc à évaluer les performances du correcteur sur le système linéarisé. Dans le cas des systèmes monovariabiles, les relations 6.31 à 6.34 nous poussent à tracer le module des fonctions  $S$ ,  $KS$ ,  $SG$  et  $T'$ , et des inverses des filtres  $W_1$ ,  $W_2$  et  $W_3$ . Ceci permet notamment de savoir quels sont les tracés les plus contraints et quels objectifs seront les mieux satisfaits.

Les choses sont plus complexes dans le cas multivariable puisqu'on ne peut plus déterminer de relation entre les modules des fonctions caractéristiques et des filtres. Dans ce cas il faut revenir à la définition de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  et déterminer des relations entre les valeurs singulières de ces deux groupes de fonctions de transfert. La synthèse nous garantit que le système est stabilisé et que l'on a :

$$\left\| \begin{pmatrix} W_1(s)S(s) & -W_1(s)S(s)G(s)W_3(s) \\ W_2(s)K(s)S(s) & -W_2(s)T'(s)W_3(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (7.1)$$

Les relations de base qui caractérisent la norme  $\mathcal{H}_\infty$  nous donnent :

$$\begin{aligned} \|W_1(s)S(s)\|_\infty &\leq \gamma & \|W_1(s)S(s)G(s)W_3(s)\|_\infty &\leq \gamma \\ \|W_2(s)K(s)S(s)\|_\infty &\leq \gamma & \|W_2(s)T'(s)W_3(s)\|_\infty &\leq \gamma \end{aligned} \quad (7.2)$$

Prenons par exemple la première relation de 7.2 et revenons à la définition de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ . On a alors :

$$\|W_1(s)S(s)\|_\infty \leq \gamma \Rightarrow \bar{\sigma}(W_1(j\omega)S(j\omega)) \leq \gamma \quad \forall \omega \quad (7.3)$$

Notons alors que si  $W_1$  est inversible, on a la relation suivante,  $\forall \omega$  :

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) = \bar{\sigma}(W_1^{-1}(j\omega)W_1(j\omega)S(j\omega)) \leq \bar{\sigma}(W_1^{-1}(j\omega))\bar{\sigma}(W_1(j\omega)S(j\omega)) \quad (7.4)$$

En prenant en compte ce résultat, on a,  $\forall \omega$  :

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) \leq \gamma \bar{\sigma}(W_1^{-1}(j\omega)) = \frac{\gamma}{\underline{\sigma}(W_1(j\omega))} \quad (7.5)$$

En appliquant le même raisonnement aux quatre transferts, on obtient,  $\forall \omega$  :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}(S(j\omega)) &\leq \frac{\gamma}{\underline{\sigma}(W_1(j\omega))} & \bar{\sigma}(S(j\omega)G(j\omega)) &\leq \frac{\gamma}{\underline{\sigma}(W_1(j\omega))\underline{\sigma}(W_3(j\omega))} \\ \bar{\sigma}(K(j\omega)S(j\omega)) &\leq \frac{\gamma}{\underline{\sigma}(W_2(j\omega))} & \bar{\sigma}(T'(j\omega)) &\leq \frac{\gamma}{\underline{\sigma}(W_2(j\omega))\underline{\sigma}(W_3(j\omega))} \end{aligned} \quad (7.6)$$

Ces formules nous permettent d'obtenir des tracés comme ceux présentés par la figure 7.1. Sur cet exemple, les courbes rouges représentent les inverses des filtres, les bleues représentent les transferts du système. Ici, on voit que la fonction  $S$  est la plus critique (les deux courbes sont proches).

Dans certains cas, l'analyse du correcteur peut nécessiter le tracé de fonctions plus précises. Par exemple, les relations 7.6 ne permettent pas de dire quel terme de la matrice  $W_1(s)$  est le plus limitant. Pour ce faire, il est possible d'"éclater" une seconde fois les relations 7.6. On note que ceci n'est possible que lorsque la matrice  $W_1$  est diagonale. Par exemple imaginons un système à deux références  $r_1$  et  $r_2$ , auxquelles on associe les erreurs  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$ . D'autre part, on considère que :

$$W_1(j\omega) = \begin{pmatrix} W_{11}(j\omega) & 0 \\ 0 & W_{12}(j\omega) \end{pmatrix}, \quad S(j\omega) = \begin{pmatrix} S_{11}(j\omega) & S_{12}(j\omega) \\ S_{21}(j\omega) & S_{22}(j\omega) \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

Dans ce cas on montre que :

$$\bar{\sigma}(W_1(j\omega)S(j\omega)) \leq \gamma \Rightarrow \bar{\sigma}\left(W_{11}(j\omega) \begin{bmatrix} S_{11}(j\omega) & S_{12}(j\omega) \end{bmatrix}\right) \leq \gamma \quad (7.8)$$

Ce qui montre que,  $\forall \omega$  :

$$\bar{\sigma}\left(\begin{bmatrix} S_{11}(j\omega) & S_{12}(j\omega) \end{bmatrix}\right) \leq \frac{\gamma}{\underline{\sigma}(W_{11}(j\omega))} = \frac{\gamma}{|W_{11}(j\omega)|} \quad (7.9)$$

Cet outil a été utilisé lors du réglage des filtres compensateurs. Toutefois comme

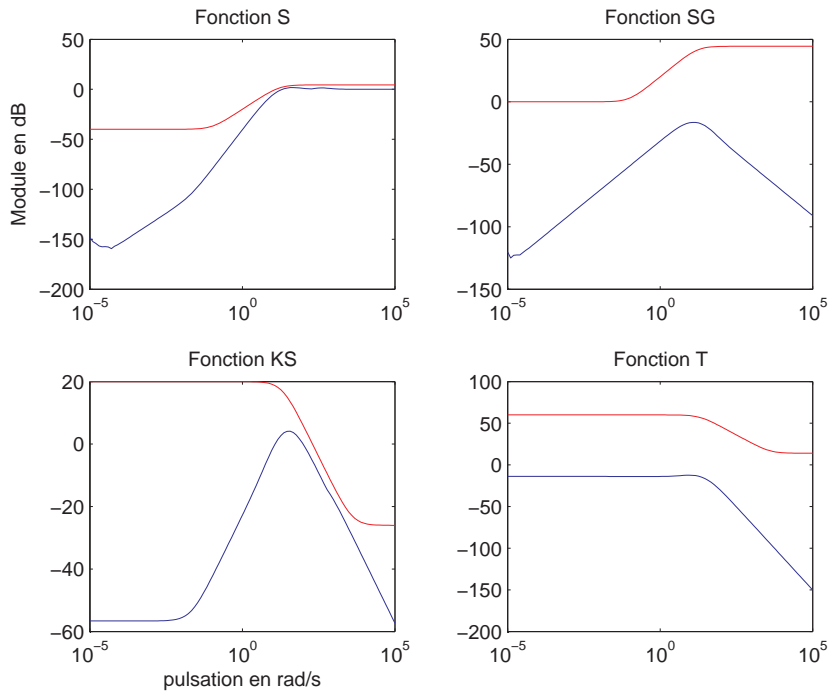


FIGURE 7.1 – Tracé des  $\bar{\sigma}$  des fonctions caractéristiques et de l'inverse des  $\underline{\sigma}$  des filtres pondérateurs

cette opération multiplie le nombre de courbes à tracer, cela peut vite devenir fastidieux dans le cas de grands systèmes (surtout en ce qui concerne  $SG$  et  $T'$ ). Un exemple de courbes de ce type est néanmoins présenté par la figure 7.2.

### 7.3 Analyse de la stabilité de notre système

Considérons maintenant que notre système est LPV et évolue dans le polytope de la figure 5.2. La première chose à regarder sur notre système est sa stabilité. Dans un premier temps, nous verrons si le fait de se situer en un point ou un autre du polytope peut avoir une influence sur la stabilité du système. Ceci sera réalisé par  $\mu$ -analyse. Ensuite nous utiliserons une extension du théorème de Lyapunov pour vérifier que le système est stable pour toute variation dans le polytope.

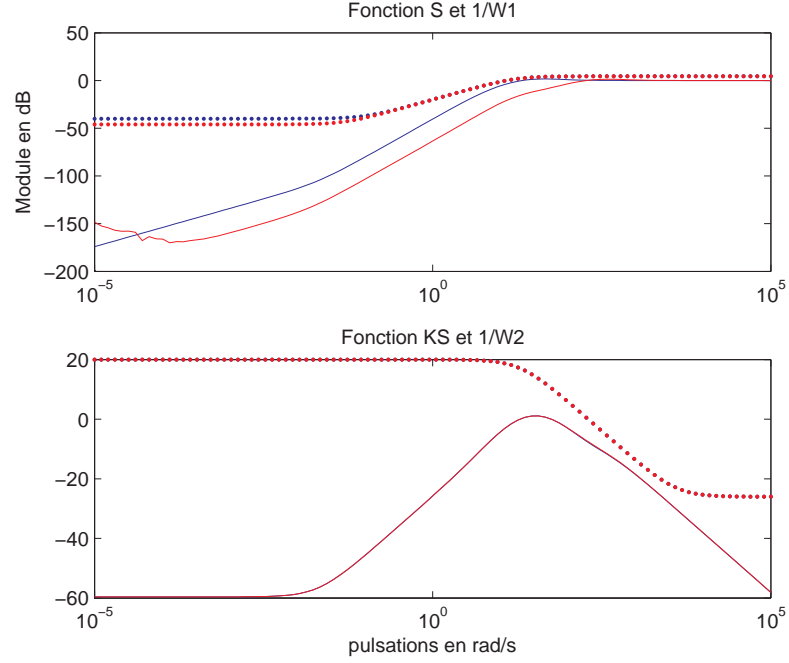


FIGURE 7.2 – Tracé des  $\bar{\sigma}$  des fonctions caractéristiques (trait plein) et de l'inverse des  $\underline{\sigma}$  des filtres pondérateurs (points), chaque couleur représente un terme des matrices  $S$  ou  $KS$ .

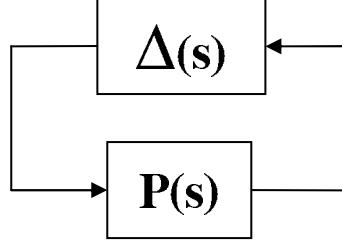
### 7.3.1 $\mu$ -analyse

#### 7.3.1.1 Définition

Commençons par l'analyse structurée de la robustesse ou  $\mu$ -analyse. Pour notre système, on considère que  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$  ne sont plus des paramètres variants mais des incertitudes. Cette étude se base sur la connaissance des sources d'incertitudes au sein d'un modèle. Celui-ci doit tout d'abord être représenté sous la forme de la figure 7.3. Sur cette figure, toutes les incertitudes sont regroupées dans la matrice de transfert  $\Delta(s)$  qui permet de prendre en compte un certain nombre de types d'incertitudes de modélisation.

Cette représentation est choisie de sorte que lorsque la matrice  $\Delta$  est nulle on retrouve le système nominal. D'autre part, on se ramène au cas où  $\|\Delta(s)\|_{\infty} < 1$ . Des exemples de mise sous cette forme sont donnés dans [dL02] et [DF99]. Plusieurs types d'incertitudes peuvent être considérés : valeur d'un paramètre, dynamique



FIGURE 7.3 – Schéma de principe pour la  $\mu$ -analyse.

négligée, incertitude paramétrique sur des équations d'état. [ZDG96] montre qu'il est toujours possible de ramener la matrice  $\Delta$  sous la forme :

$$\Delta(s) = \text{diag}\{\Delta_1(s), \dots, \Delta_q(s), \delta_1 I_{R1}, \dots, \delta_r I_{Rr}, \epsilon_1 I_{C1}, \dots, \epsilon_c I_{Cc}\} \quad (7.10)$$

où  $\Delta_i(s) \in \mathbb{C}^{k_i \times k_i}$  ;  $\delta_i \in \mathbb{R}$  ;  $\epsilon_i \in \mathbb{C}$

Considérons un système représenté par la matrice  $P(s)$ , de mêmes dimensions que  $\Delta(s)$  et définissons l'ensemble des matrices complexes de même structure que  $\Delta(s)$  :

$$\underline{\Delta} := \left( \begin{array}{l} \text{diag}\{\Delta_1, \dots, \Delta_q, \delta_1 I_{R1}, \dots, \delta_r I_{Rr}, \epsilon_1 I_{C1}, \dots, \epsilon_c I_{Cc}\} \in \mathbb{C}^{k \times k} \\ \Delta_i \in \mathbb{C}^{k_i \times k_i} ; \delta_i \in \mathbb{R} ; \epsilon_i \in \mathbb{C} \end{array} \right)$$

La valeur singulière structurée d'une matrice  $P \in \mathbb{C}^{k \times k}$  relative à l'ensemble  $\underline{\Delta}$  est alors définie par :

$$\begin{aligned} \mu_{\underline{\Delta}}(P) &= (\inf_{\Delta \in \underline{\Delta}} (\bar{\sigma}(\Delta) : \det(I_k - \Delta P) = 0))^{-1} \\ \mu_{\underline{\Delta}}(P) &= 0 \text{ si } \forall \Delta \in \underline{\Delta} \det(I_k - \Delta P) \neq 0 \end{aligned} \quad (7.11)$$

On a alors le résultat suivant : si  $P(s)$  est stable, le système de la figure 7.3 est stable pour toute matrice  $\Delta(s)$  de type 7.10 telle que  $\|\Delta(s)\|_{\infty} < \alpha$  si et seulement si  $\forall \omega, \mu_{\underline{\Delta}}(P(j\omega)) \leq \frac{1}{\alpha}$ .

Si on se place dans le cas le plus simple, c'est à dire où la matrice  $\Delta(s)$  représente les incertitudes du modèle, l'inverse du maximum de  $\mu_{\underline{\Delta}}(P(j\omega))$  représente donc la plus petite norme d'une matrice  $\Delta(s)$  appartenant à l'ensemble  $\underline{\Delta}$  pour laquelle le système devient instable. Mais en jouant sur la nature de  $\Delta(s)$ , on peut

déterminer à partir de  $\mu$  les marges de stabilité du système, la robustesse de sa réponse fréquentielle ou de la position de ses pôles ([ZDG96] et [DF99]).

En dehors de quelques cas simples, le calcul de la valeur de  $\mu$  est un problème d'optimisation intrinsèquement difficile. En pratique, celle-ci est donc approchée par le calcul de bornes inférieures et supérieures. Pour plus de précisions sur ces deux points, on se référera à [DF99].

### 7.3.1.2 Pour TIVA

Cet outil nous a permis, à chaque itération sur le choix du point de synthèse, de tester un aspect de la robustesse de la stabilité du système face à la position du vecteur de paramètres variants sur le polytope. En conséquence, nous ne l'avons pas utilisé dans le cas d'un correcteur LPV, puisque dans ce cas le choix d'un point de synthèse ne se pose pas (les outils que nous verrons par la suite seront plus adaptés à ce cas).

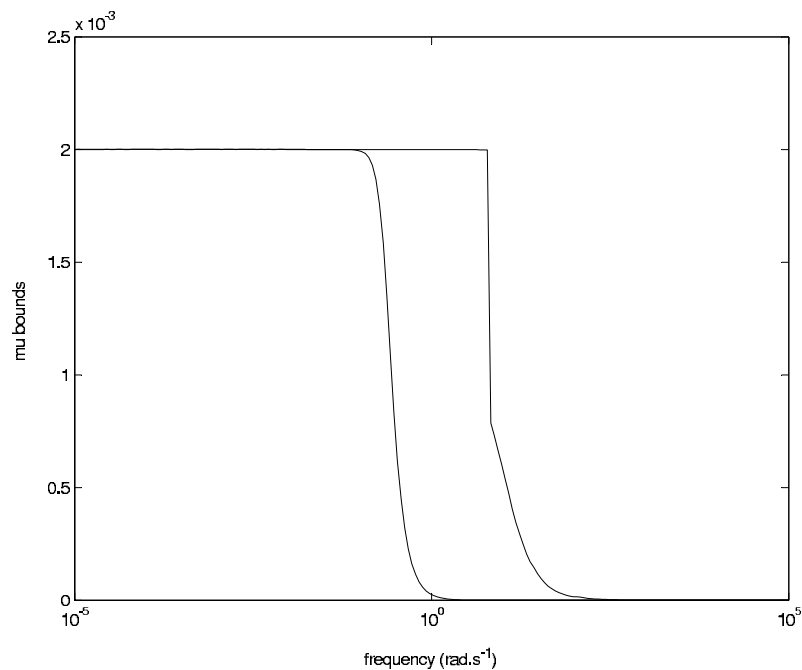


FIGURE 7.4 – Courbes des bornes supérieures et inférieures de  $\mu$ .

Le type de courbes que l'on obtient est présenté par la courbes 7.4. Pour celle-ci, on teste la robustesse de la stabilité pour un correcteur synthétisé en  $[500; -500]$ .  $\Delta$  est choisie de manière à correspondre à une brique carrée du polytope, de côté 1. La valeur du maximum de la borne supérieure de  $\mu$ , égale à  $2 \times 10^{-3}$ , nous indique que le système est stable pour toutes valeurs fixes de  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$  vérifiant simultanément :

$$\begin{aligned} \omega_{e1} &\in \left[500 - \frac{1}{2 \times 10^{-3}}; 500 + \frac{1}{2 \times 10^{-3}}\right] = [0; 1000] \\ \omega_{e2} &\in \left[-500 - \frac{1}{2 \times 10^{-3}}; -500 + \frac{1}{2 \times 10^{-3}}\right] = [-1000; 0] \end{aligned} \quad (7.12)$$

Nous avons vu que le système n'était plus commandable sur une droite comprenant l'origine du plan : on retrouve bien que l'une des bornes de chaque intervalle admissible est 0.

L'analyse par  $\mu$ -analyse n'a pas été poussée plus avant (marge de module par exemple). En effet, la  $\mu$ -analyse ne considère pas des variations à proprement parler mais plutôt des incertitudes. De plus, nous verrons par la suite des outils plus complets.

### 7.3.2 Analyse quadratique de Lyapunov

#### 7.3.2.1 Approche de Lyapunov

Pour énoncer ce théorème, commençons par définir le type de système sur lequel on l'applique. On s'intéresse à un système non-linéaire de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (7.13)$$

On peut alors énoncer le résultat suivant :

Théorème de Lyapunov :

Un point d'équilibre  $x_0$  du système 7.13 est asymptotiquement stable si il est possible de trouver une fonction  $V(x)$  telle que :

1.  $V(x) > V(x_0)$  pour  $x \neq x_0$  solution de 7.13
2.  $\frac{d}{dt}V(x) < 0$  pour  $x \neq x_0$  solution de 7.13

$V(x)$  est appelée fonction énergétique du système. Dans la majorité des cas, on la définit telle que  $V(x) = (x - x_0)^T P (x - x_0)$  avec  $P = P^T > 0$ . Dans ce cas,

le théorème de Lyapunov démontre la stabilité quadratique du système. Pour un système linéaire invariant  $\dot{x}(t) = Ax(t)$ , en considérant que  $x_0 = 0$  est un point d'équilibre, appliquer ce théorème revient à chercher  $P$  qui satisfait simultanément :

$$P > 0 \quad (7.14)$$

$$A^T P + P A < 0$$

où les symboles " $> 0$ " et " $< 0$ " signifient "définie positive" et "définie négative".

Bien que la résolution des LMI ne soit pas des plus simples, ce théorème est souvent utilisé pour démontrer la stabilité d'un système. L'extension de ce résultat à d'autres points d'équilibre que  $x_0 = 0$  est classique.

### 7.3.2.2 Approche de Lyapunov pour les systèmes LPV polytopiques et affines

Plusieurs ouvrages montrent qu'il est possible d'étendre cette notion au cas des systèmes LPV. On citera notamment [GAC94] et [GAC96].

Pour cela, on se place dans un cadre similaire au cas linéaire. C'est à dire que l'on considère le système :

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t)$$

De plus, on considère la fonction énergétique  $V(x) = (x)^T P(x)$  avec  $P = P^T$ . On nomme  $\Theta$  le polytope de variation du vecteur  $\theta$  de dimension  $p$ , et  $\pi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  ses sommets. Dans ce cas, la stabilité asymptotique du point d'équilibre  $x_0 = 0$  est prouvée en trouvant une matrice  $P$  vérifiant :

$$P > 0 \quad (7.15)$$

$$A(\pi_i)^T P + P A(\pi_i) < 0 \quad \forall i = 1, \dots, N$$

Cette propriété est rapidement démontrable. Rappelons que pour un système polytopique, on a :

$$A(\theta(t)) = \sum_i \alpha_i(t) A(\pi_i) \text{ avec } 0 \leq \alpha_i(t) \leq 1 \text{ et } \sum \alpha_i(t) = 1$$

Considérons que la propriété est vérifiée pour une matrice  $P$  unique sur chaque sommet du polytope, alors on a :

$$\begin{aligned} & A(\pi_i)^T P + P A(\pi_i) < 0 \quad \forall i \\ \text{Alors :} \quad & \alpha_i(t) A(\pi_i)^T P + P \alpha_i(t) A(\pi_i) < 0 \quad \forall i \text{ et } \forall t \\ & \sum_i \alpha_i(t) A(\pi_i)^T P + P \sum_i \alpha_i(t) A(\pi_i) < 0 \quad \forall t \\ \text{Donc} \quad & A(\theta(t))^T P + P A(\theta(t)) < 0 \end{aligned}$$

Ce type de raisonnement sera utilisé plusieurs fois dans ce chapitre pour généraliser des notions classiques aux systèmes LPV.

[GAC94] nous montre qu'il est possible de réaliser la même démarche avec une matrice  $P$  dépendant également de  $\theta$ . Cette approche permet de réduire le conservatisme, en introduisant notamment des limites sur la vitesse de variation des paramètres.

### 7.3.2.3 Stabilité de notre système

Dans cette thèse, nous étudions un système dont le contrôle a été scindé en deux parties. L'une contrôle  $T_o$  de manière algébrique et en boucle ouverte. L'autre partie de la loi de commande est un contrôleur fixe ou LPV suivant le choix que l'on fait, synthétisé par une méthode de type  $\mathcal{H}_\infty$ . Le fait de concaténer les deux parties et d'appliquer l'ensemble au système réel, qui est non-linéaire, nous fait perdre les garanties de stabilité apportées par les outils de synthèse.

Il est donc indispensable d'utiliser des outils permettant de vérifier la stabilité du système rebouclé, en prenant en compte toutes les variations possibles des paramètres variants  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ . En utilisant l'approche de Lyapunov étendue au cas des systèmes LPV, présentée précédemment, nous avons montré que le système rebouclé était stable pour toute variation dans le polytope, que ce soit dans le cas d'un correcteur fixe, ou dans celui d'un correcteur LPV. Pour aboutir à ce résultat, nous avons utilisé le modèle complet du système, retranscrivant de manière plus fine le comportement du système. Il en sera de même dans la suite de l'étude.

## 7.4 Analyse des performances de notre système

Une fois l'étude de stabilité réalisée, et si elle donne des résultats positifs, il est intéressant de jauger les performances de notre système. En effet, celles-ci peuvent être dégradées par le fait d'appliquer le correcteur à un système non-linéaire.

### 7.4.1 Gain $L_2$

#### 7.4.1.1 Définition

Pour les systèmes linéaires, nous avons vu que la norme  $\mathcal{H}_\infty$  était le gain maximal entre les signaux d'entrée et de sortie. Cette norme, puisque définie pour les systèmes linéaires, ne peut pas être appliquée aux systèmes LPV. On utilisera donc une généralisation de la norme  $\mathcal{H}_\infty$  : le gain  $L_2$ . Définissons tout d'abord la norme  $L_2$ , pour un signal  $s(t)$  causal :

$$\|s\|_2 := \sqrt{\int_0^\infty s(t)^T s(t) dt} \quad (7.16)$$

L'ensemble  $L_2(\mathbb{R}^n)$  est alors défini par les signaux de  $\mathbb{R}^+$  dans  $\mathbb{R}^n$  ayant une norme  $L_2$  bornée. Pour tout système dont les entrées et les sorties appartiennent à l'ensemble  $L_2$ , et représenté par la figure 5.1, on définit le gain  $L_2$  par :

$$\gamma = \sup_{w(t) \in L_2} \frac{\|e\|_2}{\|w\|_2} \quad (7.17)$$

On remarque que lorsque le système est linéaire, le gain  $L_2$  équivaut à la norme  $\mathcal{H}_\infty$  du système. Si on considère un système LPV, le gain  $L_2$  représente le gain maximal entre les entrées et les sorties du système pour toute variation du vecteur  $\theta$ . Il permet donc de faire l'analyse dite entrée / sortie de tout système, et en particulier des systèmes LPV.

#### 7.4.1.2 Méthode de calcul

Nous avons vu que le gain  $L_2$  était une généralisation de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ , applicable notamment au cas des systèmes LPV. Au même titre, le calcul du gain  $L_2$  est une extension des méthodes de calcul de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ , à savoir le lemme borné réel.

Considérons un système LPV, ayant le signal  $u(t)$  pour entrée,  $y(t)$  comme sortie,  $x(t)$  comme vecteur d'état et dont une représentation d'état est :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) \\ y(t) = C(\theta)x(t) + D(\theta)u(t) \end{cases} \quad (7.18)$$

Considérons également que ce système est polytopique et affine. On note  $\pi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  ses sommets. Il est possible de calculer une borne supérieure du gain  $L_2$  par le théorème suivant :

Extension du Lemme borné réel au cas des systèmes LPV : Soit un réel positif  $\gamma$ . Le gain  $L_2$  du système 7.18 est inférieur à  $\gamma$  si et seulement si il existe une matrice réelle symétrique  $P$  telle que :

$$\begin{aligned} & P > 0 \\ & \begin{pmatrix} A(\pi_i)^T P + P A(\pi_i) & P B(\pi_i) & C^T(\pi_i) \\ B^T(\pi_i) P & -\gamma I & D^T(\pi_i) \\ C(\pi_i) & D(\pi_i) & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (7.19)$$

La véracité de cette extension est directement démontrée par le même type de raisonnement que ceux utilisés pour la généralisation du théorème de Lyapunov. Comme pour la stabilité, il est possible de réduire le conservatisme de l'approche en cherchant une matrice  $P$  dépendant du vecteur  $\theta$ . Le calcul du gain  $L_2$  du système ne sera pas fait au sens strict du terme. Toutefois cet outil nous permettra par la suite d'obtenir des tracés caractérisant notre système LPV. Ceci est présenté dans les paragraphes suivants.

#### 7.4.2 Tracé des évaluations de fonctions de sensibilité

Lors de l'étude d'un système linéaire, l'outil le plus efficace pour jauger les performances est le tracé des fonctions caractéristiques. Ceci n'est pas faisable dans le cas non-linéaire, et donc pour les systèmes LPV. Pour ces derniers, on se limite souvent au calcul du gain  $L_2$  ; il traduit le gain maximal entre le signal d'entrée et la sortie du système.

## 7.4.2.1 Utilisation de gabarits fréquentiels

Une première idée d'amélioration de cette démarche est l'utilisation de filtres, comme cela est fait dans le cas linéaire. Il faut toutefois garder à l'esprit qu'en raison de la nature des systèmes LPV, l'utilisation d'un filtre en entrée ne donne pas les mêmes résultats qu'en sortie.

Par exemple, il est possible d'étudier le transfert entre les consignes du système et les erreurs de suivi (à savoir la fonction  $S$  conformément à ce que nous avons vu au chapitre précédent). Le système que l'on considère est celui de la figure 7.5, où  $P(\theta)$  représente le système en boucle fermée entre  $r$  et  $\epsilon$ . Imaginons  $W$  un filtre passe-bas parfait, c'est à dire valant 1 pour des pulsations inférieures à  $\omega_c$  et 0 sinon. Plaçons ce filtre en sortie du système et calculons son gain  $L_2$ . On montre que la valeur de  $\gamma$  obtenue représente le gain entre un signal d'entrée quelconque et les erreurs dans la partie du spectre  $[0; \omega_c]$ , et ce pour toute variation de  $\theta$ .

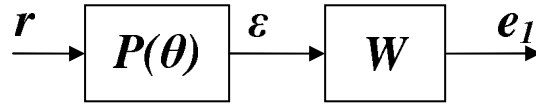


FIGURE 7.5 – Exemple de mise en place du filtre permettant d'analyser les performances d'un système LPV

En effet, si on obtient un gain  $L_2$  égal à  $\gamma$ , on a :

$$\|e_1\|^2 \leq \gamma^2 \|r\|^2$$

Ce qui, en utilisant l'égalité de Parseval, nous donne :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_1^T E_1 d\omega \leq \gamma^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R^T R d\omega$$

Ce qui équivaut à :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon^T W^T W \varepsilon d\omega \leq \gamma^2 \int_{-\infty}^{+\infty} R^T R d\omega$$



Dans le cas de notre filtre parfait, ceci est équivalent à :

$$\int_{-\omega_c}^{+\omega_c} \varepsilon^T \varepsilon \, d\omega \leq \gamma^2 \int_{-\infty}^{+\infty} R^T R \, d\omega$$

Ceci montre que l'on mesure bien la réponse de notre système pour des entrées quelconques et des sorties sur un spectre limité à  $\omega_c$ .

Comme nous l'avons dit, le résultat sera différent en plaçant ce filtre en entrée (sur les consignes). Dans ce cas,  $\gamma$  traduira le gain maximal pour des entrées dont le spectre est nul au delà de  $\omega_c$  et les sorties pour toute variation de  $\theta$  (dans le cas non linéaire, les sorties n'ont a priori pas le même spectre). Une telle donnée peut être intéressante si l'on connaît les caractéristiques des consignes appliquées au système.

#### 7.4.2.2 *Obtention de tracés fréquentiels*

Supposons maintenant que l'on fasse la même démarche en utilisant un filtre "passe-bande" parfait, actif entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Si celui-ci est placé en entrée, le gain  $L_2$  représentera le gain entre une entrée dont le spectre se situe entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$  et la sortie du système. Faisons alors tendre  $\omega_2$  vers  $\omega_1$  :  $\gamma$  correspond dans ce cas à la contribution de la pulsation  $\omega_1$  à la sortie (toujours lorsque le filtre est en entrée). Il est alors possible d'itérer sur  $\omega_1$ , en stockant les valeurs  $\gamma(\omega_1)$ .

En pratique, le filtre que nous utilisons est de la forme de celui présenté par la figure 7.6. Dans le cas où  $\omega_0 = 1$ , il comporte 2 zéros en  $10^{-4}$ , 4 pôles en 1 et 2 zéros en  $10^4$ . Il est indispensable que les pentes de ce filtre soient suffisamment raides et que la partie constante ait un gain suffisamment faible, pour être sûr que le gamma mesuré corresponde à la pointe du filtre. Dans notre cas, des pentes (+2) et (-2) suffisent. Il faudra prendre soin à prendre en compte la différence entre la valeur du maximum de ce tracé théorique et son tracé réel au niveau de la pointe (elle est de 12dB dans notre cas).

Prenons un exemple simple : celui d'un intégrateur commandé par un gain. On choisit le gain du correcteur comme paramètre variant (figure 7.7). Sur la figure 7.8, on trace les courbes  $\gamma(\omega_1)$  obtenu d'une part avec un filtre en entrée et d'autre

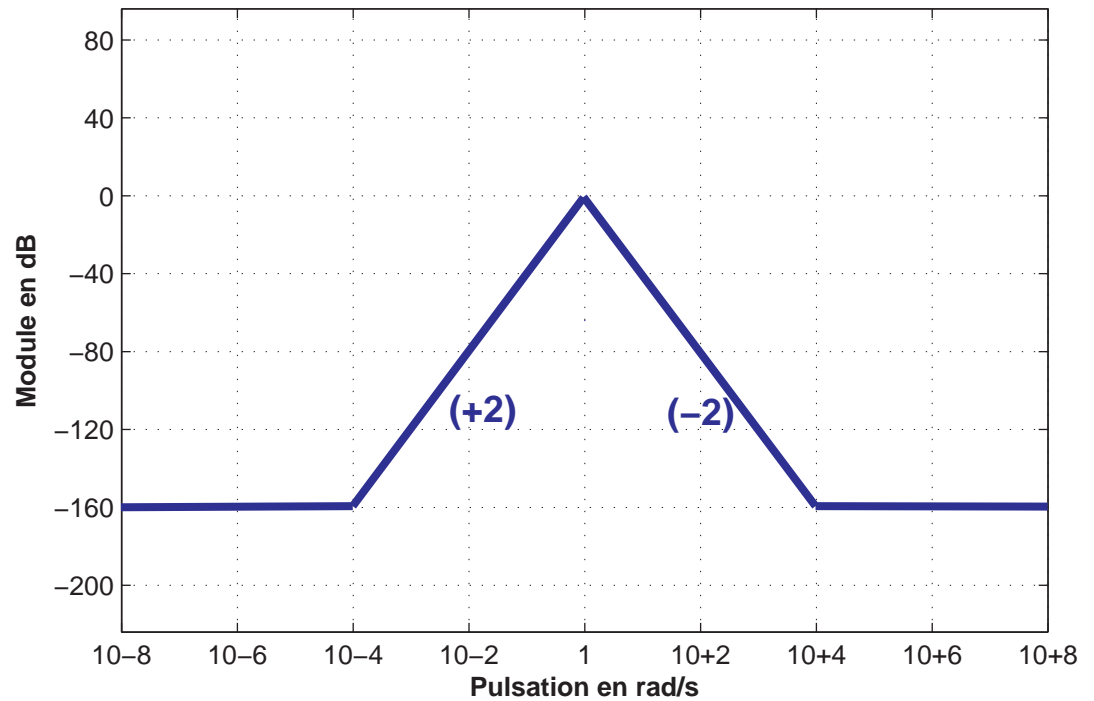


FIGURE 7.6 – Exemple de filtre utilisé pour isoler une fréquence

part avec un filtre en sortie. Sur la même courbe on trace le gain de la fonction  $S$  de plusieurs linéarisations du système sur un ensemble significatif de points du polytope.

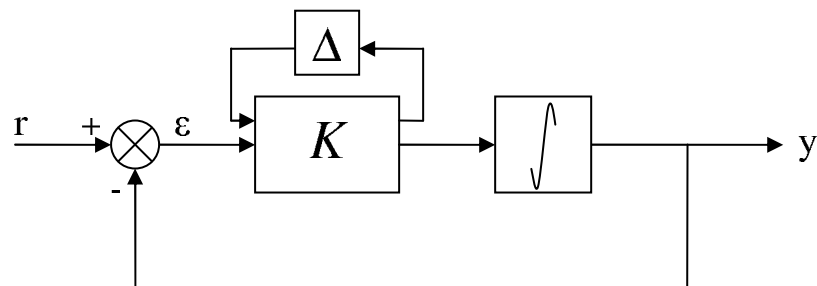


FIGURE 7.7 – Schéma de l'asservissement d'un intégrateur par un gain variable

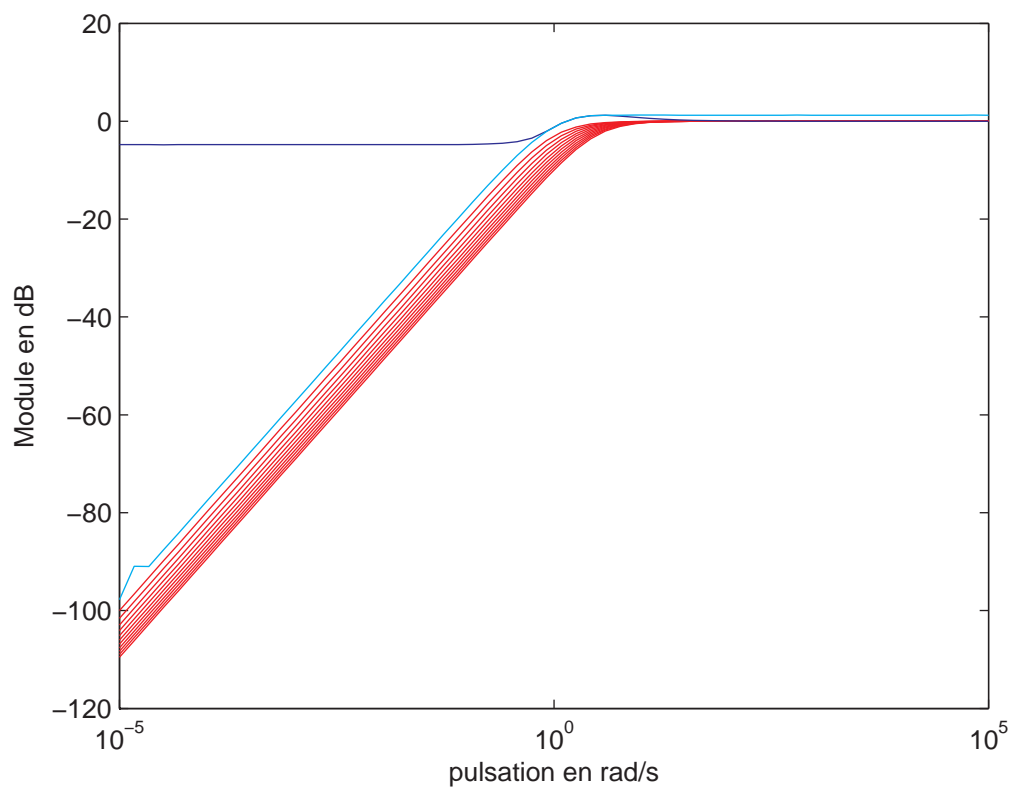


FIGURE 7.8 – Estimation de la fonction  $S$  dans le cas d'un système LPV simple : un intégrateur commandé par un gain (courbe bleu clair : filtre en sortie, bleu foncé : filtre en entrée, rouge : fonction  $S$  d'un ensemble de linéarisations)

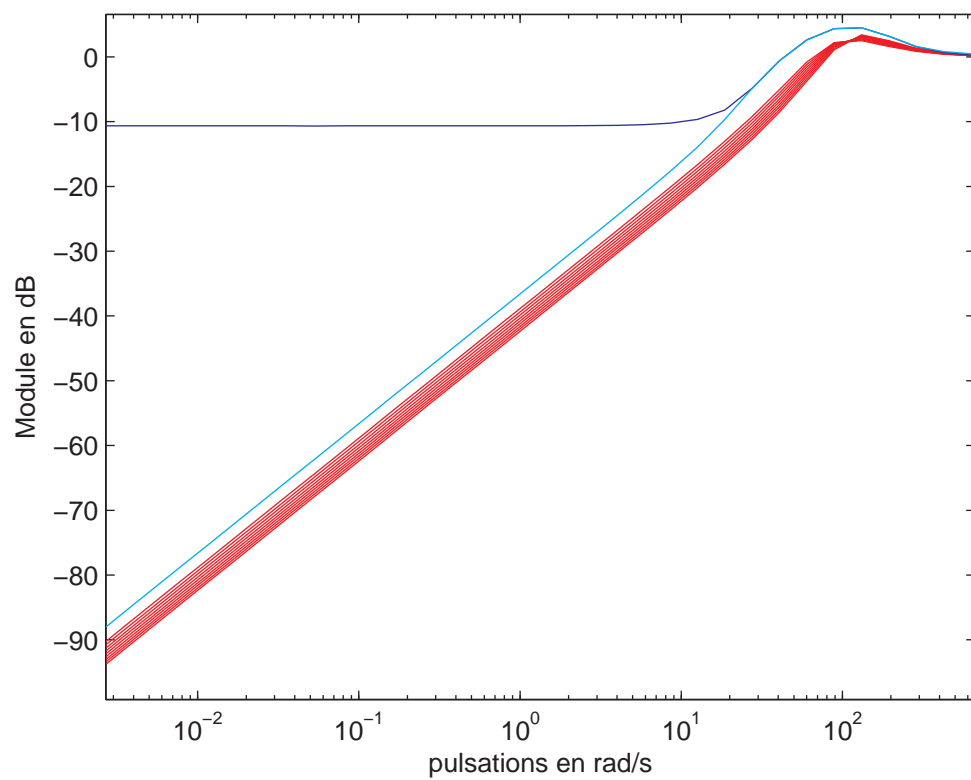


FIGURE 7.9 – Estimation de la fonction  $S$  dans le cas d'un système LPV simple : un moteur (courbe bleu clair : filtre en sortie, bleu foncé : filtre en entrée, rouge : fonction  $S$  d'un ensemble de linéarisations)

Il est important de noter que les deux courbes obtenues sont nécessairement au dessus de l'ensemble des fonctions  $S$  des réalisations du système (pour une valeur fixe des paramètres  $\theta$ ). Considérons le minimum des deux courbes. On distingue deux phénomènes faisant évoluer celui-ci. D'une part, le fait que l'on ne sache pas quelle sera la valeur des paramètres à un certain instant. C'est ce phénomène qui fait que le minimum des courbes est supérieur à l'enveloppe des fonctions  $S$  des linéarisations. D'autre part, il y a la dynamique de ces paramètres, qui fait que ce minimum se détache de l'enveloppe.

Le même genre de tracés, pour un exemple simple de contrôle d'un moteur (figure 7.10), est donné par la figure 7.9.

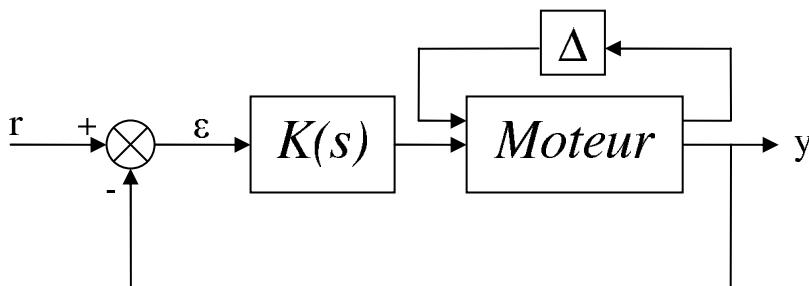


FIGURE 7.10 – Exemple de schéma de l'asservissement d'un moteur LPV

#### 7.4.2.3 Application à notre système en boucle fermée : cas d'un correcteur LTI

L'outil d'analyse des performances que nous proposons dans cette thèse a tout d'abord été appliqué au système étudié dans le cas d'un correcteur LTI. Nous nous sommes intéressé à deux transferts :  $S$  et  $KS$ . Rappelons que  $S$  représente l'influence des consignes sur les erreurs de suivi, et que  $KS$  montre celle des consignes sur les commandes. La connaissance de ces deux transferts permet de déterminer si notre asservissement est performant et dans quelle mesure il permet de limiter l'activité des actionneurs.

Pour être exhaustif, il faut regarder 9 courbes pour  $S$  puisqu'il y a 3 consignes ( $\omega_{ice}$ ,  $T_o$  et  $E_{capa}$ ) et les 3 erreurs de suivi correspondantes. Il en est de même pour  $KS$  puisqu'il y a 3 actionneurs ( $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$  et  $T_{ice}$ ). Rappelons que le fait que le

système est non-linéaire implique qu'il y a 2 tracés par sous-transfert. Nous avons calculé 50 points par courbes<sup>1</sup>.

Les courbes que nous obtenons sont présentées sur les figures 7.11 pour  $S$  et 7.12 pour  $KS$ . Ces courbes nous apportent plusieurs éléments concernant les performances de notre système, pour toute variation des paramètres  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ . Mais il faut rester prudent quant à la généralisation de résultats obtenus dans le cas linéaire à de tels tracés.

Rappelons brièvement que les courbes bleus (correspondant à une étude fréquence par fréquence en entrée) et rouges (en sortie) ont des significations différentes. En entrée, on répond à la question : quelle est la contribution de telle gamme de fréquence pour le signal d'entrée sur les erreurs de suivi, pour  $S$ , ou sur les commandes, pour  $KS$ . En sortie, on détermine dans quelle mesure les références génèrent de l'erreur (ou sollicitent les actionneurs) sur une certaine gamme de fréquence. Il est également utile de rappeler que ces courbes représentent des maxima, puisqu'elles considèrent des variations sur tout le polytope sans restriction dynamique.

Commençons l'interprétation de ces figures par la fonction  $S$  (figure 7.11). Et intéressons nous tout d'abord à l'étage correspondant au correcteur  $K_1$ , c'est à dire aux variables  $\omega_{ice}$  et  $E_{capa}$  (4 figures en haut à gauche). Sur la diagonale de ce sous bloc, c'est à dire sur les figures (1, 1) et (2, 2), on retrouve l'allure classique des tracés de fonctions de sensibilité directe ( $S$ ) obtenus dans le cas linéaire. Elle permettent de déterminer la bande passante de l'asservissement, à savoir la fréquence jusqu'à laquelle les signaux de consigne ne génèrent pas ou peu d'erreur. Ceci permet de déterminer la bande passante de l'asservissement pour chacune des variables. Ici, on montre qu'elle est de l'ordre de  $10rad.s^{-1}$  pour  $\omega_{ice}$  et  $20rad.s^{-1}$  pour  $E_{capa}$ . Pour ce faire, il faut regarder les courbes bleues puisque c'est le spectre des consignes que l'on connaît.

Regardons ensuite les figures non diagonales de ce sous bloc (figure (1, 2) et (2, 1)). Vu que leur maximum est proche de  $-45dB$  et  $-35dB$  respectivement, on

---

1. L'étude de  $S$  nécessite donc  $2 \times 9 \times 50 = 900$  résolutions de LMI

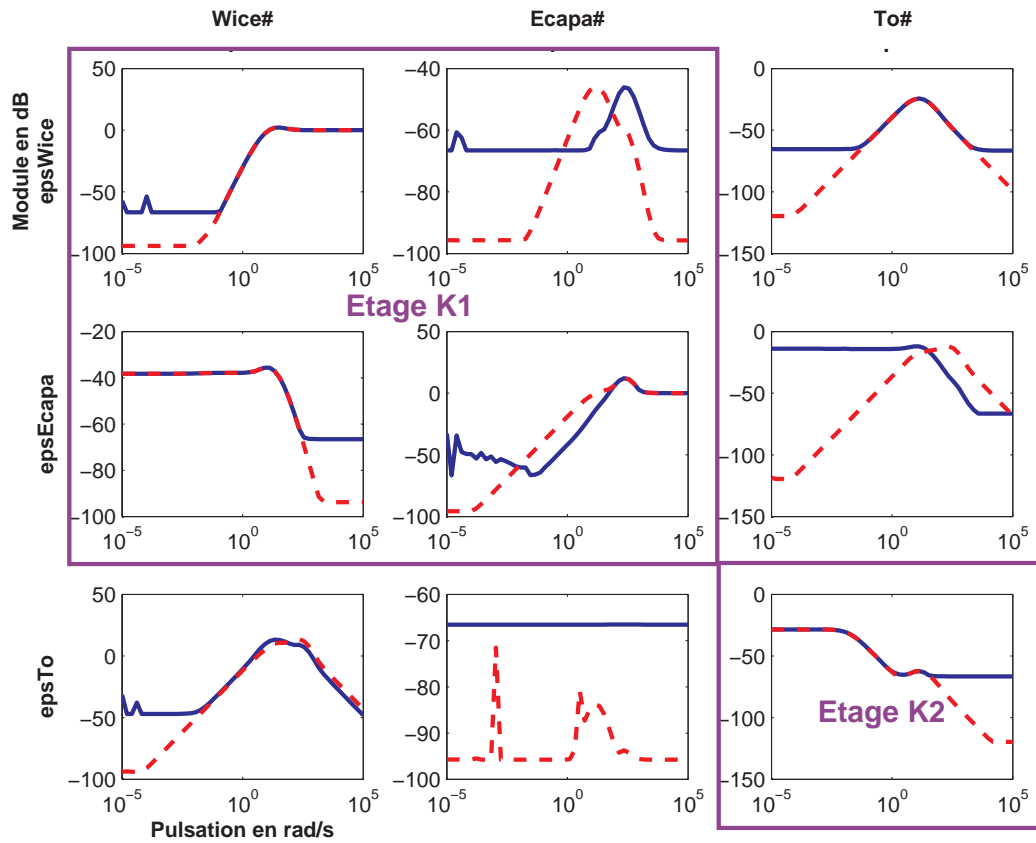


FIGURE 7.11 – Estimation de la fonction  $S$  dans le cas de TIVA et d'un contrôleur LTI (courbe bleue : filtre en entrée, rouge pointillés : filtre en sortie)

montre que le découplage de ces deux variables ( $\omega_{ice}$  et  $E_{capa}$ ) est bon. Autrement dit, une modification de la consigne sur une de ces variables n'aura que peu d'effet sur l'autre. C'était une des exigences du cahier des charges.

Isolons maintenant la figure (3, 3). Elle correspond aux performances de l'étage en boucle ouverte :  $T_o$ . La figure nous confirme que cet étage a un comportement quasiment algébrique puisque sur l'ensemble du spectre, la courbe est sous les  $-25dB$ . Nous aurons donc un comportement très rapide pour  $T_o$ .

Il reste à analyser 4 termes, qui correspondent à l'influence de chacun des étages

de la loi de commande sur l'autre (figures (1, 3), (2, 3), (3, 1) et (3, 2)). Ces 4 termes participent au découplage de l'ensemble de la loi de commande. Celui-ci est très bon pour les sous transferts (1, 3) et (3, 2) puisque ces courbes restent respectivement sous  $-25$  et  $-65dB$ . Pour les autres courbes les choses sont plus nuancées. La figure 7.11 nous montre que la consigne sur  $\omega_{ice}$  peut avoir un effet sur l'erreur de suivi de  $T_o$  passée une certaine pulsation. Toutefois cette pulsation est élevée par rapport à ce que l'on peut attendre sur les consignes. Par ailleurs, la figure (2, 3) montre que la consigne en  $T_o$  peut avoir un effet sur  $E_{capa}$ . Bien que celui-ci soit faible, il agit dès les basses fréquences, et pourrait engendrer une erreur statique. Ceci devra être vérifié sur le système.

Pour résumer, le tracé des fonctions  $S$  nous montre que les trois variables sont bien asservies et qu'en grande partie, elles sont bien découplées. Il faudra juste vérifier l'effet de  $T_o^\#$  sur l'erreur en  $E_{capa}$  et de  $\omega_{ice}^\#$  sur l'erreur en  $T_o$ . Toutefois, comme nous l'avons dit, les niveaux que nous pouvons lire sur ces courbes sont très conservatifs, et il se peut que l'ensemble soit bien découplé.

L'interprétation des figures correspondant à la fonction  $KS$  est plus rapide (figure 7.12). Tout d'abord, on note une conséquence directe de la structure de la loi de commande, qui est le fait que la consigne en  $T_o$  a peu d'effet sur  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$  (figures (1, 3) et (2, 3)). Ensuite on confirme également que les dynamiques de  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$  ont un effet sur celles de  $T_{ice}$  (figures (3, 1) et (3, 2)). En effet,  $T_{ice}$  est calculé algébriquement à partir de  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$ . On peut également voir que les commandes sont bien filtrées aux hautes fréquences, mis à part pour la figure (3, 3). On pouvait attendre ce fait puisqu'elle correspond à l'étage boucle ouverte. En simulation, il faudra vérifier si ces profils n'impliquent pas la saturation des actionneurs lors d'un comportement usuel.

#### 7.4.2.4 Application à notre système en boucle fermée : cas d'un correcteur LPV

La même étude a été réalisée dans le cas d'un correcteur LPV. Les résultats obtenus pour  $S$  sont donnés sur la figure 7.13.

Etant donné que ces tracés sont très proches de ceux obtenus dans le cas d'un



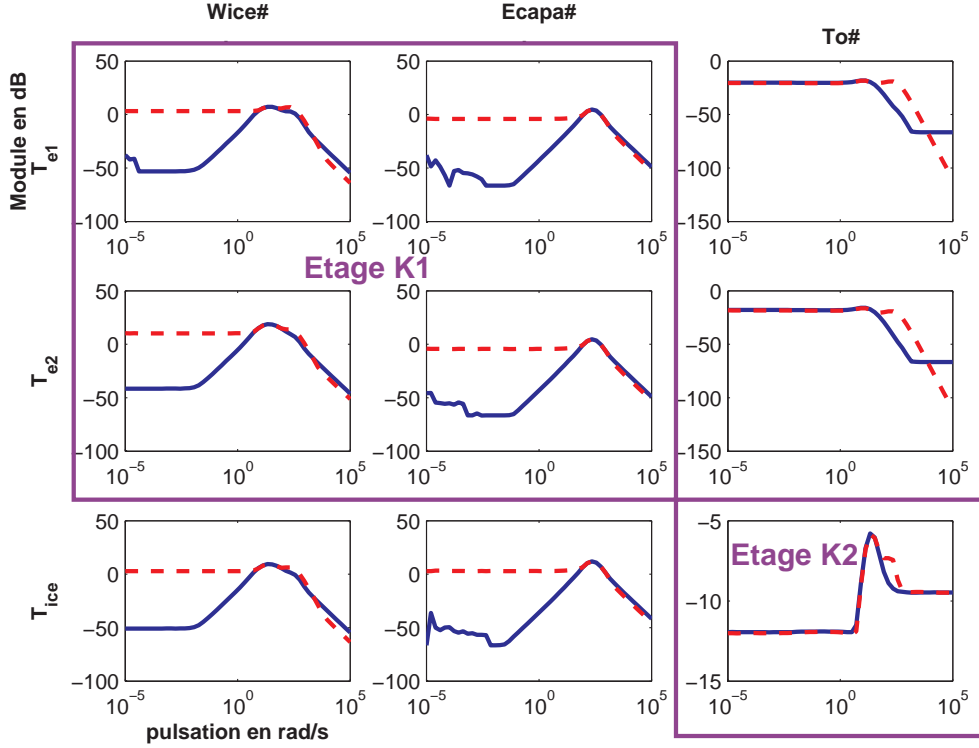


FIGURE 7.12 – Estimation de la fonction  $KS$  dans le cas de TIVA et d'un contrôleur LTI (courbe bleue : filtre en entrée, rouge pointillés : filtre en sortie)

correcteur LTI, nous ne référons pas l'analyse complète des courbes, et nous nous focaliserons sur leurs différences. La première se situe au niveau du transfert entre la référence  $T_o^\#$  et l'erreur en  $E_{capa}$  : le gain en basses fréquences est plus faible avec un correcteur LPV (bien qu'il ne soit qu'à  $-20dB$  avec un correcteur LTI). Cela pourrait améliorer le découplage de notre loi de commande. Cette différence étant faible, nous vérifierons son importance par des simulations sur des cas usuels. La seconde différence importante se situe entre la consigne  $E_{capa}^\#$  et l'erreur sur  $E_{capa}$ . Nous voyons que ce tracé est meilleur dans le cas LPV puisque le maximum de la courbe est à  $+5dB$  contre  $+11dB$  précédemment. Tout d'abord, cela nous montre ce que peut apporter la synthèse d'un correcteur LPV, puisque dans certains cas, cette différence serait rédhibitoire pour le correcteur LTI. Toutefois dans notre cas, cette différence est reléguée au second plan par la connaissance de notre système. En effet, la consigne en  $E_{capa}$  est en général très basse fréquence (elle est même constante dans le cas de TIVA). Or sur de telles gammes de fréquence, nous avons

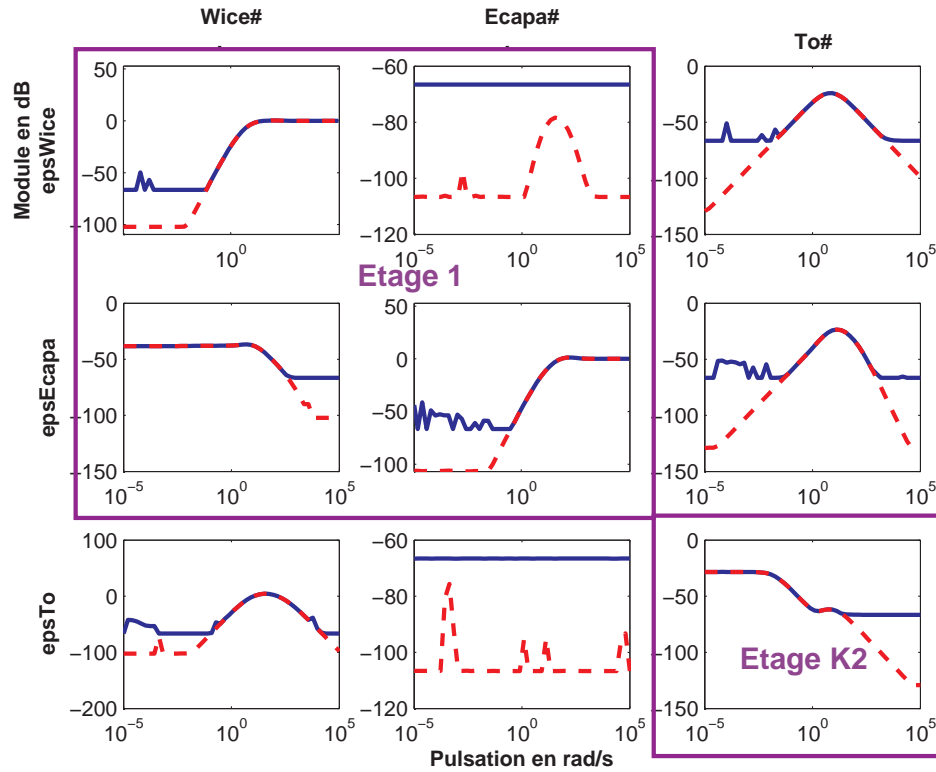


FIGURE 7.13 – Estimation de la fonction  $S$  dans le cas de TIVA et d'un contrôleur LPV (courbe bleue : filtre en entrée, rouge pointillés : filtre en sortie)

des tracés similaires entre les 2 cas et de valeurs très faibles.

Les courbes concernant  $KS$  ne sont pas présentées puisqu'elles ne présentent pas de différences significatives avec celles de la figure 7.12, obtenues dans le cas d'un correcteur LTI.

Ces considérations nous poussent à penser que l'utilisation d'un correcteur LTI pourrait être suffisante dans le cas de TIVA, puisqu'il semble que le cahier des charges soit satisfait dans les 2 cas. De plus, les avantages en terme d'implantation sur véhicule apportés par un correcteur LTI seraient bénéfiques. Par la suite, nous confirmerons éventuellement ce choix en réalisant des simulations du système corrigé.

## 7.5 Validation des lois de commande par simulation

Comme nous l'avons vu lors de la mise en place de la méthodologie de synthèse, deux outils de simulation ont été utilisés. Le premier est le plus simple ; il ne modélise que le comportement du COS. Ainsi, nous avons pris en compte les dynamiques du système qui ont été considérées pour la synthèse, la saturation des actionneurs ainsi que certains bruits de mesure artificiels. Ce premier simulateur sert principalement lors du calibrage des pondérations utilisées pour la synthèse, en travaillant sur le système linéarisé.

Le rôle du second simulateur est de valider un correcteur avant de l'implémenter sur véhicule. Pour ce faire, il prend en compte l'ensemble des contraintes du véhicule réel.

### 7.5.1 Résultats obtenus sur le modèle simple

Pour faciliter le réglage itératif des pondérations, nous avons réalisé un modèle simple du véhicule. Il se base sur le modèle linéarisé 4.6 du système auquel on ajoute :

- les saturations des machines électriques et du moteur thermique,
- un modèle pour les perturbations  $T_{dwh}$ , qui comprend l'effet de la pente et du vent, et  $T_{dice}$ , qui modélise les frottements liés au moteur thermique et les acyclismes de celui-ci <sup>2</sup>,
- et un ensemble de bruits de mesure représentatifs de la réalité.

Les résultats obtenus grâce à cet outil nous permettent de comparer le comportement temporel du système corrigé au cahier des charges. Ainsi, ils permettent de valider ou non un réglage des pondérations, et de converger vers un bon réglage.

Les figures 7.14, 7.15 et 7.16 présentent les résultats ainsi obtenus pour le réglage que nous avons sélectionné, dans le cas d'un correcteur LTI. Ces résultats sont issus d'une même simulation représentant un profil typique de démarrage du véhicule. Pour cela, nous avons utilisé des courbes générées par un OPF réel. En effet,

---

2. on appelle acyclismes le fait que le moteur thermique n'a jamais une vitesse de rotation constante, puisque le couple qu'il génère n'est pas constant. Il provient en effet d'explosions régulières

il est difficile de tester un COS à partir de consignes déterminées arbitrairement, puisqu'il est nécessaire de satisfaire un certain nombre de contraintes, notamment énergétiques. Après le lâché du frein, le véhicule entre dans un premier mode : le suivi en vitesse ou speed creeping. Sur notre véhicule, la vitesse cible est proche de  $6km.h^{-1}$  soit environ  $2m.s^{-1}$  ; on voit sur la figure 7.16 qu'une fois cette vitesse atteinte, la véhicule se stabilise (à  $t = 4s$ ). Ensuite, on entre en mode de suivi de couple (Torque tracking ou TT). Le véhicule accélère alors régulièrement puis plus brutalement à  $t = 16s$ .

Sur ces figures, on voit que le système réagit très bien au profil qu'on lui impose. On note tout d'abord que sur l'ensemble de la simulation, les actionneurs ne saturent pas (7.15). Ensuite, la figure 7.16 nous montre que la part du polytope balayée lors de la simulation est assez grande.

Regardons alors la qualité du suivi des consignes (7.14). En étudiant ces figures et d'autres tracés similaires, on montre que le temps de réponse pour  $\omega_{ice}$  est proche de  $100ms$ . Bien que cela soit à la limite des exigences du cahier des charges, nous voyons sur la courbe 7.14 que le système est suffisamment réactif pour suivre un exemple typique de suivi de régime. En ce qui concerne le couple à la roue, les résultats sont très bons. Enfin, la tension de la capacité filtre reste entre  $420$  et  $428V$  alors que les limites à ne pas dépasser sont  $400$  et  $450V$ .

Enfin, nous voyons que le découplage est assez bon, mis à part l'effet des variations de  $T_o^\#$ , référence en couple à la roue, sur  $U_{capa}$ . Mais sur cette simulation, celui-ci est tout à fait raisonnable.

### 7.5.2 Comparaison des correcteurs LTI et LPV par simulation

Ce simulateur nous a également permis de comparer les deux approches que nous avons présentées au chapitre 6. Toutefois, puisque la principale différence entre celles-ci est le comportement du système boucle ouverte face aux variations des paramètres  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ , nous avons modifié ce simulateur. Il prend maintenant en compte l'aspect LPV du système : la matrice  $B$  du modèle linéaire varie en fonction de  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ .

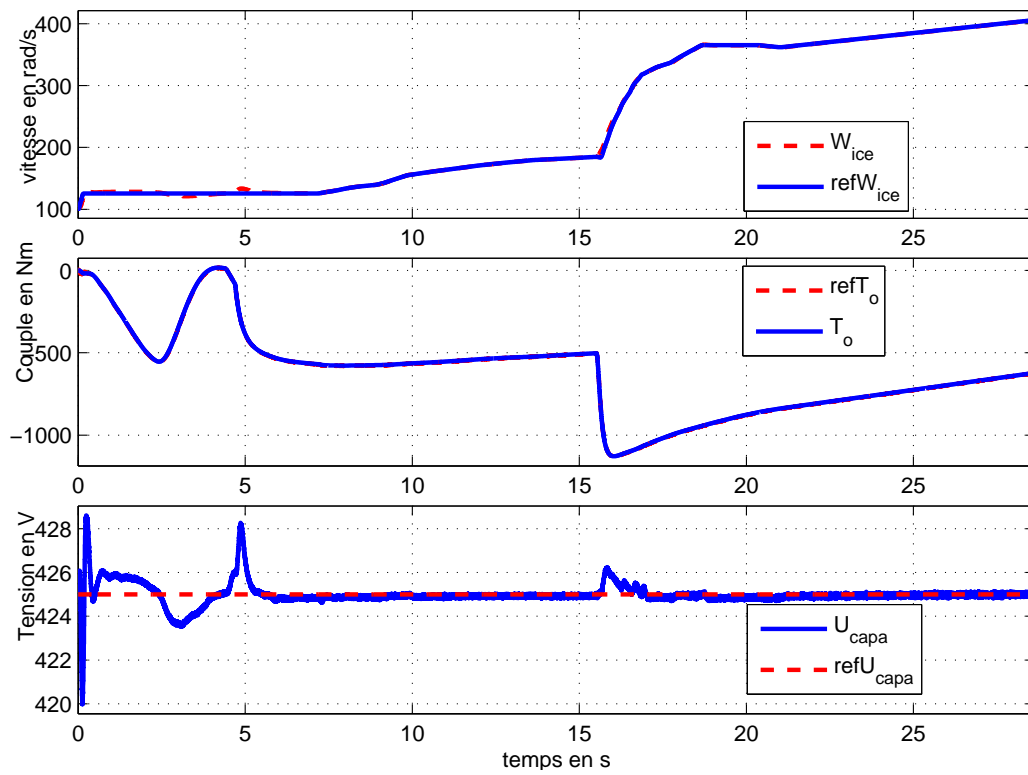


FIGURE 7.14 – Suivi des références en régime du moteur thermique  $\omega_{ice}$ , en couple à la roue  $T_o$  et en tension de la capacité filtre  $U_{capa}$

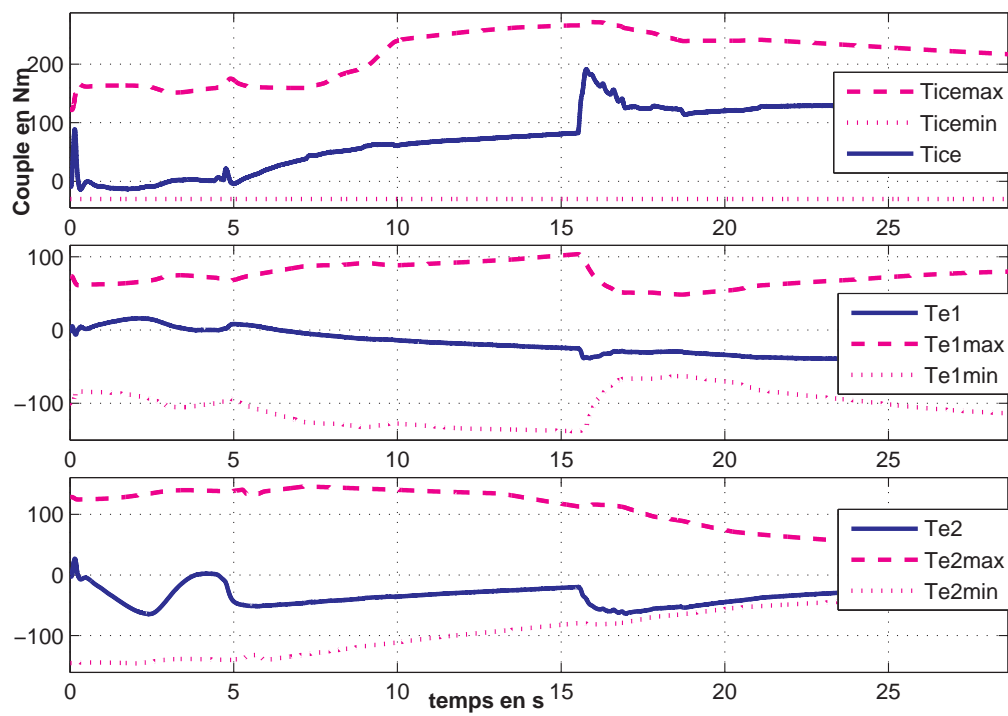


FIGURE 7.15 – Couples fournis par les actionneurs (moteurs électriques et thermique) et les saturations

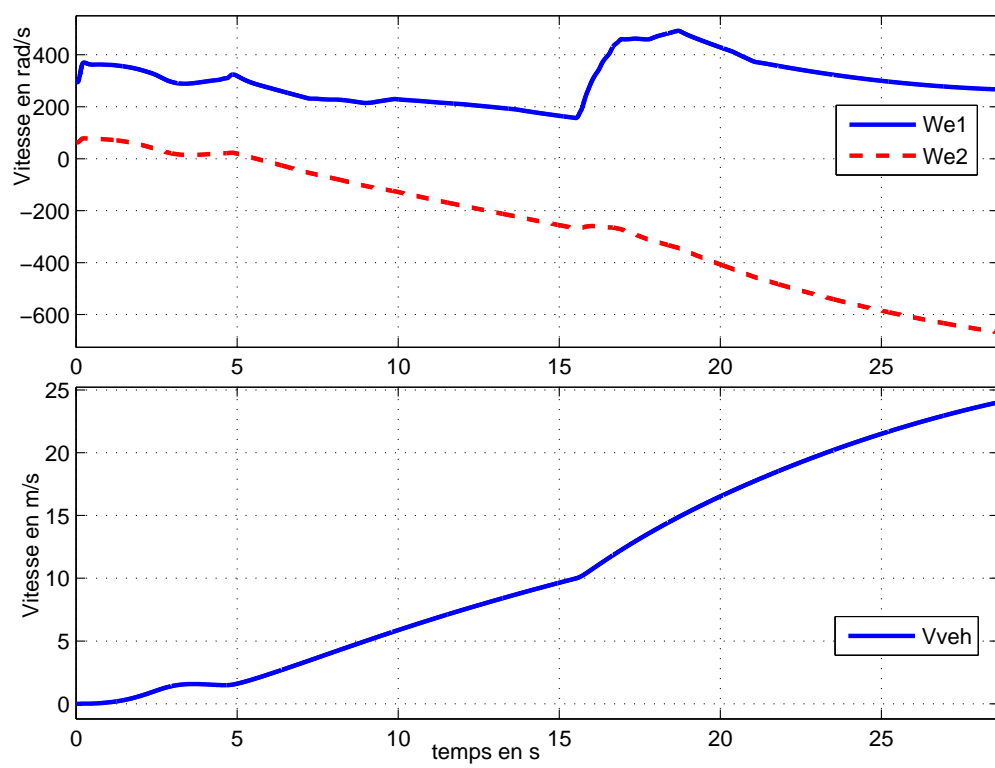


FIGURE 7.16 – Vitesses des machines électriques et du véhicule

De manière générale, les résultats apportés par les deux correcteurs sont très proches. Ils sont donc conformes à ce que nous avons dit au vu de l'analyse de performance. Pour un profil simple, la figure 7.17 présente la réponse correspondant au correcteur LTI, tandis que 7.18 correspond au correcteur LPV.

Ces figures nous montrent que ces 2 approches donnent des résultats similaires sur un profil de consigne caractéristique. Le correcteur LPV est légèrement plus performant en ce qui concerne le suivi de la tension de la capacité, mais son suivi de la consigne de  $W_{ice}$  est légèrement moins bon. Au vu des essais que nous avons réalisés, il est raisonnable de penser que de telles différences peuvent être dues à la différence entre les algorithmes de synthèse.

Dans la mesure où les 2 types de correcteurs remplissent le cahier des charges, il semble préférable d'opter pour la solution LTI. En effet, celle-ci présente de nets avantages en terme de simplicité de mise en oeuvre, ce qui simplifie radicalement l'intégration du correcteur au sein du véhicule. Nous ne retiendrons donc qu'un des correcteurs pour la suite de l'étude : celui issu de la synthèse LTI.

### 7.5.3 Résultats sur un simulateur complet

Avant de pouvoir implémenter le correcteur sur un véhicule, une autre étape est nécessaire : tester le correcteur sur un simulateur prenant en compte de manière beaucoup plus complexe les spécificités du système et notamment la non-linéarité en  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ . Le simulateur que nous avons utilisé a été réalisé par l'équipe de recherche Renault en charge du projet TIVA.

Ce simulateur prend en compte l'ensemble des couches du contrôle (voir paragraphe 3.1), ainsi qu'un ensemble de spécificités du véhicule réel. Il est scindé en deux parties, l'une représentant le contrôle et l'autre le système. Ceci a été fait dans le but de permettre la connection directe de la partie contrôle avec un véhicule réel, par des calculateurs prévus à cet effet. Sont alors considérés :

- les saturations des machines électriques et du moteur thermique,
- un modèle pour les perturbations  $T_{dwh}$ , qui comprend l'effet de la pente et du vent, et  $T_{dice}$  qui modélise les frottements liés au moteur thermique et les acyclismes de celui-ci,



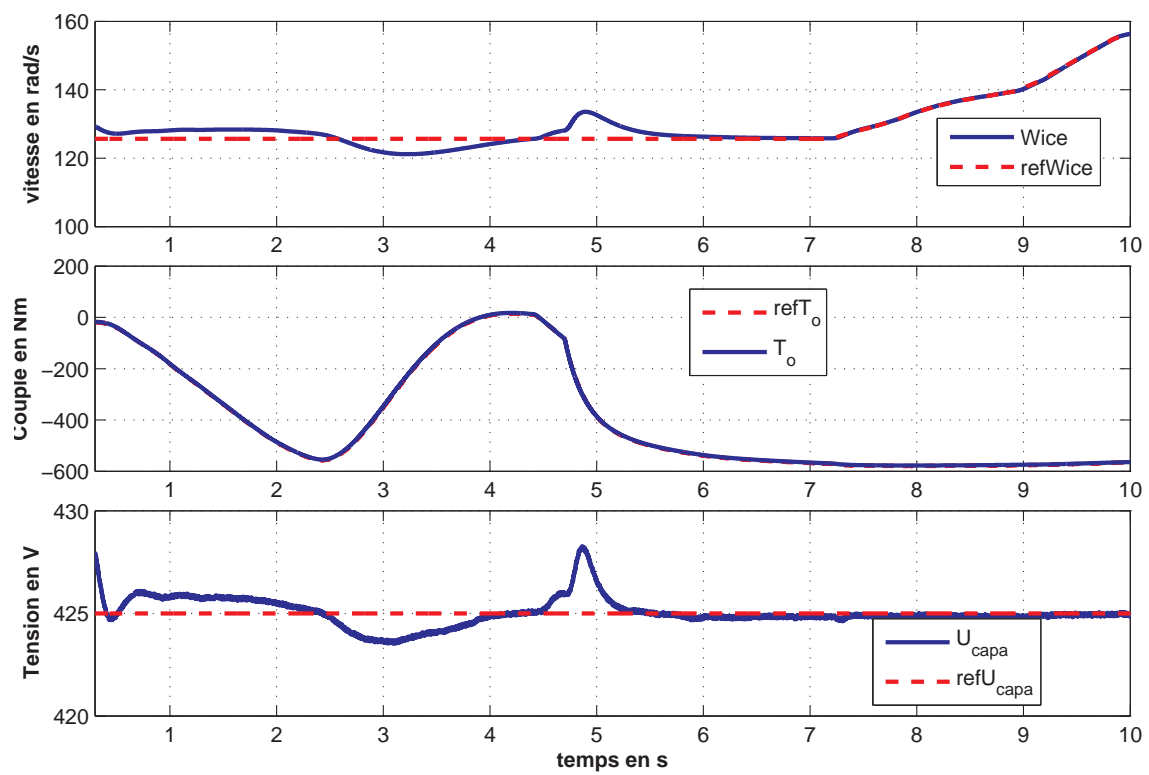


FIGURE 7.17 – Suivi des consignes, cas d'un correcteur LTI

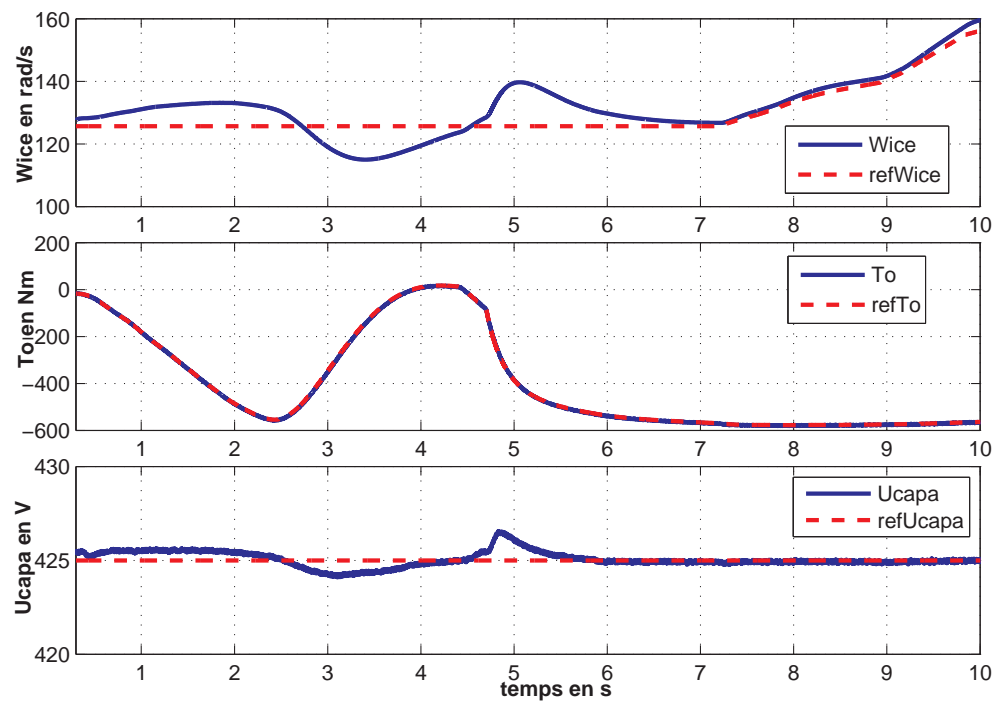


FIGURE 7.18 – Suivi des consignes, cas d'un correcteur LPV

- un ensemble de bruits de mesure significatifs de la réalité,
- ainsi que :
- l'ensemble des couches du système pour permettre un interfaçage avec le véhicule (consignes en couple par la pédale d'accélérateur...),
  - la nature discrète du système de contrôle du véhicule,
  - les non-linéarités du système,
  - les contraintes de connectique (structures en bus de communication du véhicule),
  - les périodes d'échantillonnage de ces bus,
  - le fait qu'il y a 2 modes mécaniques distincts,
  - les différents modes de roulage : speed creeping, torque tracking, fuel cut-off,
  - et d'autres aspects que nous n'évoquerons pas dans cette thèse.

Il a toutefois fallu adapter ce simulateur pour notre étude. Par exemple, nous n'utilisons qu'un régulateur pour l'ensemble des modes de roulage tandis que le simulateur était prévu pour utiliser un correcteur par mode. Pour cela, il a fallu revoir une partie du simulateur en respectant la cohérence de celui-ci. L'ensemble des problèmes qui se sont posés sera présenté et résolu dans le chapitre 8.

Etant donné que le simulateur modélise l'étage OPF, il est possible de jouer en temps réel sur la demande en couple à la roue. Les résultats que nous obtenons avec notre réglage sont donnés par les figures 7.19, 7.20 et 7.21.

Lors de cette simulation, les phases sont les suivantes :

- tout d'abord le véhicule s'allume et la capacité filtre se charge. Cette phase n'est pas représentée sur les figures et nous n'en tiendrons pas compte dans cette étude.
- A  $t = 20s$ , on passe ensuite en mode ENP ou neutre en prise qui est utilisé lorsque le véhicule est à l'arrêt, freins serrés. Ce mode est directement dérivé du mode TT (le correcteur utilisé est le même).
- A  $t = 21s$ , on relâche les freins. Le véhicule passe alors en speed creeping, pour arriver à la vitesse de  $6km.h^{-1}$  vers  $t = 25s$ .
- A  $t = 27s$ , on demande un certain couple à la roue, ce qui nous fait passer en mode TT.

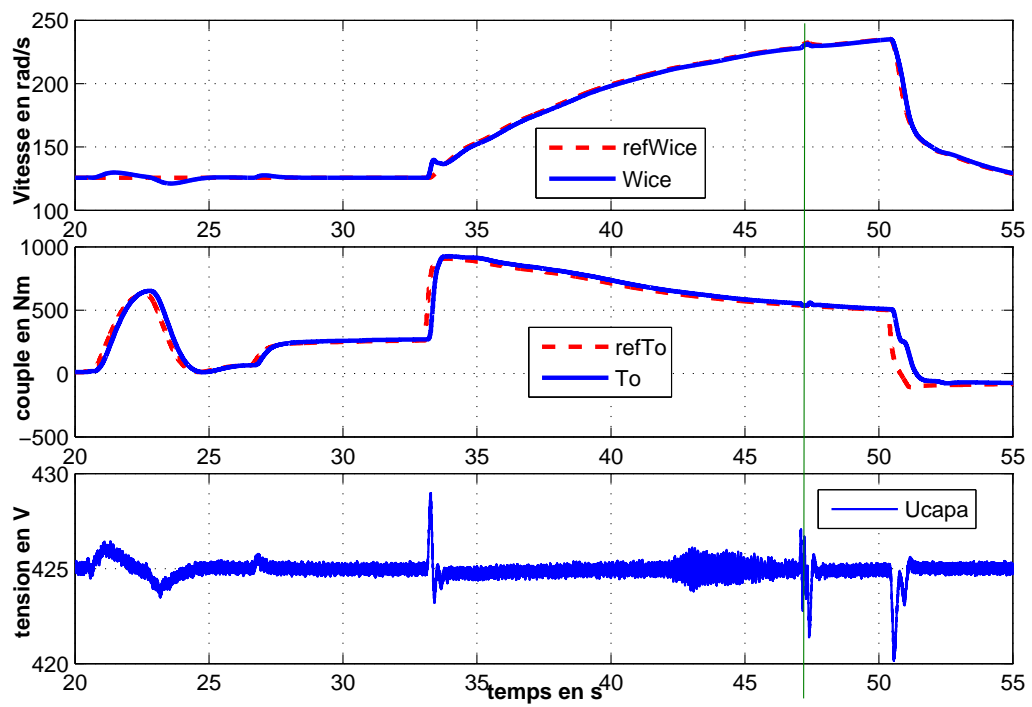


FIGURE 7.19 – Simulateur complet - Suivi des références en régime du moteur thermique  $\omega_{ice}$ , en couple à la roue  $T_o$  et en tension de la capacité filtre  $U_{capa}$

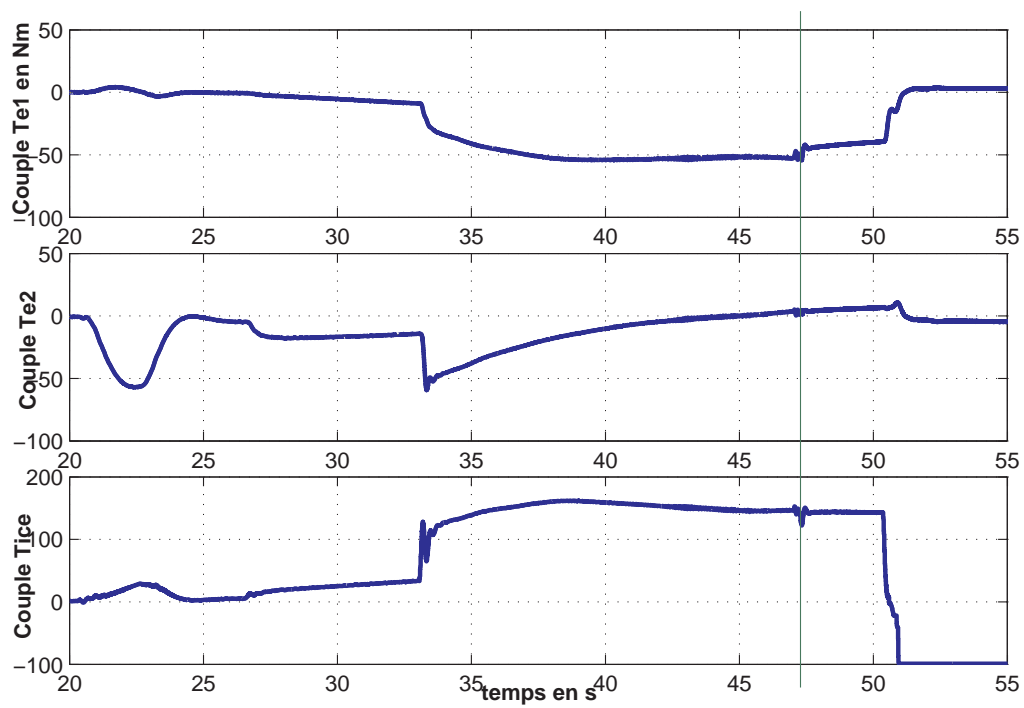


FIGURE 7.20 – Simulateur complet - Couples fournis par les actionneurs (moteurs électriques et thermique)

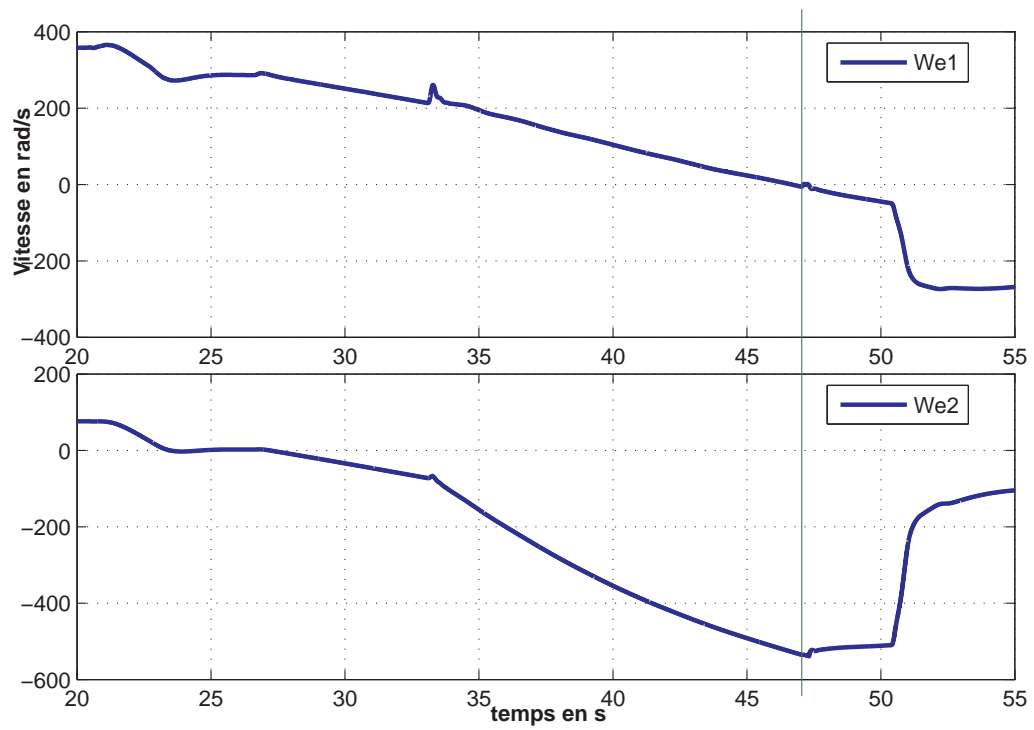


FIGURE 7.21 – Simulateur complet - Vitesses des machines électriques

- A  $t = 33.5s$ , on demande un couple à la roue supérieur. Ceci a pour effet d'augmenter l'accélération du véhicule.
- A  $t = 47s$ , certaines conditions (principalement la vitesse du véhicule) poussent l'OPF à demander un changement de mode mécanique. On passe donc en mode CMM (changement de mode mécanique, dérivé du correcteur TT) qui a pour rôle d'asservir la vitesse de la machine 1 à 0 (cette phase est visible sur la figure 7.22 qui est un zoom de la figure 7.21). Ceci permet le changement de mode mécanique du système, réalisé par la fermeture et l'ouverture de freins. Sur les figures, le changement de mode est signalé par un trait vertical.
- Une fois que le changement de mode mécanique est terminé, on retourne en mode TT. Rappelons que les correcteurs pour les modes mécaniques 1 et 2 sont spécifiques.
- A  $t = 50.5$ , on ramène la demande en couple à la roue à 0, ce qui a pour effet d'amener notre système en mode FCO (coupure d'injection). Durant celui-ci, le couple du moteur thermique est négatif et constant ("frein moteur"). Comme nous l'avons vu, ce mode utilise également le correcteur TT.

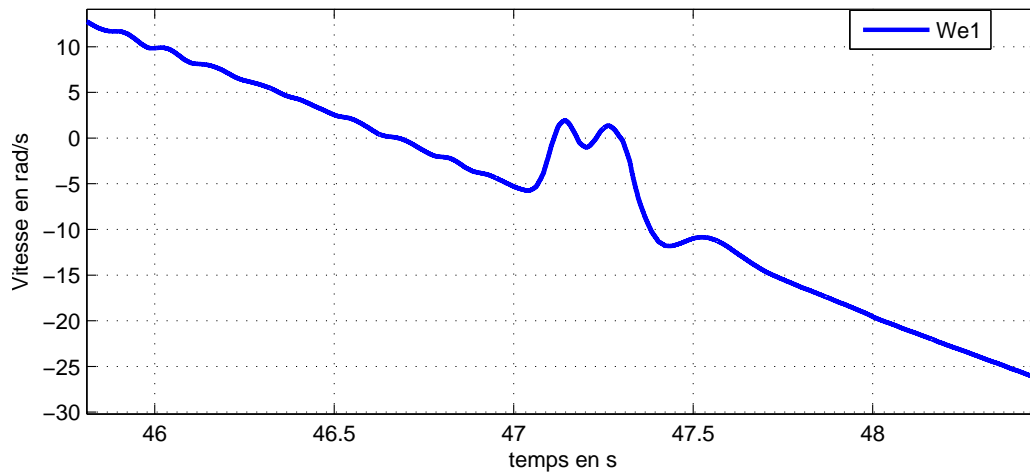


FIGURE 7.22 – Simulateur complet - Vitesses de la machine 1 lors d'un changement de mode mécanique

Dans le paragraphe 4.4.2, nous avons montré qu'il était possible de n'utiliser qu'un correcteur pour l'ensemble de ces modes opératoires à un mode mécanique

donné. C'est ce qui a été fait lors de ces simulations. Nous n'utilisons donc que 2 correcteurs, qui correspondent aux modes mécaniques 1 et 2. Pour être conforme avec la nature du système réel, nous avons dû discrétiser notre correcteur avant de le tester. La méthode utilisée sera présentée dans le chapitre 8.

Un des premiers points à noter est que le fait de passer sur notre loi de commande est entièrement transparent pour le conducteur (à  $t = 20s$ ). En effet ce point est primordial lorsque l'on veut implanter un correcteur sur un système physique. Un travail complexe d'initialisation du correcteur a été réalisé et sera également présenté dans le chapitre 8.

L'interprétation des résultats est plus longue que celle que nous avons faite avec le simulateur simple. Comme précédemment, on montre que les actionneurs ne saturent pas (mis à part le moteur thermique lors des coupures d'injection). Lors de cette simulation, une grande partie du polytope est balayée. La figure 7.19 nous montre que les suivis de consigne sont bons : les temps de réponse sont satisfaisants et  $U_{capa}$  est loin de sortir de l'intervalle  $[400; 450]V$ . De plus, le découplage entre les variables est assez bon. On retrouve toutefois le fait que la consigne en  $T_o$  a un effet sur  $U_{capa}$  (ceci était visible lors de l'étude des performances du système non-linéaire que nous avons vue au paragraphe 7.4.2.3).

On note par ailleurs que ces objectifs sont également satisfaits lors du changement de mode mécanique et en coupure d'injection. Ceci valide donc notre structure de commande à 2 étages qui permet la prise en compte d'un ensemble de modes opératoires avec un correcteur unique. Un des points importants est le fait qu'il n'y a pas d'à-coup de couple durant le changement de mode. En effet ceci implique que celui-ci est transparent pour le conducteur.

## 7.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu plusieurs moyens d'évaluer la stabilité et les performances d'un système LPV : analyse quadratique de Lyapunov, tracé de fonctions caractéristiques, simulations du système linéarisé et du système non-linéaire. Le premier but de ces outils était de permettre la mise au point (choix du point de



fonctionnement pour la synthèse, réglage des pondérations) des correcteurs (LTI ou LPV). Nous avons alors pu converger vers des correcteurs performants.

Deux autres résultats ressortent de l'utilisation de ces outils. D'une part, nous avons pu quantifier ce qu'apportait l'utilisation d'un correcteur LPV. Toutefois, étant donné que le correcteur LTI satisfait pleinement le cahier des charges, il semble raisonnable d'opter pour cette solution plus simple et qui facilite l'embarcabilité du correcteur. C'est donc le correcteur LTI que nous avons retenu.

D'autre part, ces essais ont permis de valider le correcteur LTI pour permettre sa mise en oeuvre sur véhicule. Les derniers points à traiter avant cette phase seront présentés au chapitre 8.





## Chapitre 8

# Mise sous forme implémentable et essais temps-réel

### Contents

---

<b>8.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>209</b>
<b>8.2</b>	<b>Implémentation du COS . . . . .</b>	<b>210</b>
8.2.1	Interprétation du correcteur . . . . .	210
8.2.2	Discrétisation . . . . .	211
8.2.3	Initialisation . . . . .	212
<b>8.3</b>	<b>Résultats obtenus sur prototype . . . . .</b>	<b>215</b>
<b>8.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>221</b>

---



## 8.1 Introduction

Au chapitre 6, nous avons obtenu deux types de correcteurs différents (LTI et LPV) pour notre système : TIVA. Nous avons testé leur stabilité et leurs performances au chapitre 7. Dans la mesure où les deux approches permettent de satisfaire le cahier des charges, nous n'en avons gardé qu'une : le correcteur LTI. Les éléments apportés par les outils d'analyse et les simulations nous laissent penser que le correcteur donnera de bons résultats sur le système réel. Toutefois, la différence entre un modèle, aussi fin soit-il, et la réalité nous pousse à réaliser des tests sur véhicule. Deux prototypes ont été fabriqués pour l'équipe du projet TIVA et nous permettent de réaliser de tels tests.

Lors de l'implantation d'une loi de commande dans un véhicule, un certain nombre de contraintes sont à prendre en compte. Tout d'abord, il est usuel de minimiser la taille (au sens logiciel du terme) du correcteur lors de l'implantation de celui-ci. D'autre part, les calculateurs "hébergeant" celle-ci fonctionnent évidemment en temps discret. Pour certaines raisons que nous verrons, une méthode de discrétisation du correcteur a donc été sélectionnée. Nous la présenterons dans ce chapitre.

Ensuite, nous verrons que l'initialisation du correcteur est un point crucial. En effet, lors des simulations, il peut être acceptable d'avoir une initialisation médiocre, pourvu qu'elle ne déstabilise pas le système. On retrouve souvent un comportement "normal" au bout de quelques périodes d'échantillonnage, ce qui nous permet de mettre ces problèmes de côté. Sur le système réel, le problème est beaucoup plus important. Le système réel est parfois plus capricieux, et une mauvaise initialisation engendre souvent le passage du véhicule en mode "dégradé" ou "refuge". Deux points sont alors à étudier : qu'appelle-t-on une bonne initialisation et comment la met-on en oeuvre ?

Une fois que ces points sont réglés, il est possible de tester nos lois de commande sur un véhicule réel. Les résultats que nous avons obtenus sur prototype sont présentés dans ce chapitre.

## 8.2 Implémentation du COS

Lors de la conception d'une loi de commande pour un système aussi complexe qu'une automobile, la prise en compte des contraintes d'implantation est un travail complexe. Souvent, celles-ci conditionnent au premier ordre la mise au point du contrôle. Les points durs de l'implantation d'une loi de commande sont :

- la taille du correcteur : dans la mesure du possible, il est nécessaire de minimiser la mémoire nécessaire pour stocker la loi de commande, mais aussi le temps de calcul des instructions<sup>1</sup>.
- sa discrétisation : en effet, les calculateurs physiques sont dans la majorité des cas discrets (que ce soit au sein d'une automobile ou de nombreux systèmes).
- son initialisation : si elle est mauvaise, elle peut aussi bien nuire à la qualité des résultats qu'endommager le système.

Dans ce paragraphe, des méthodes permettant de résoudre ces problèmes seront présentées.

### 8.2.1 Interprétation du correcteur

En étudiant le correcteur du premier étage de la loi de commande ( $K_1$ ), on note deux choses :

- après réduction, chaque correcteur élémentaire de  $K_1$  est un proportionnel/intégral (PI), avec un filtrage des hautes fréquences (voir figure 6.3),
- les sous correcteurs élémentaires (1, 1) et (2, 1) d'une part, et (1, 2) et (2, 2) d'autre part sont égaux à un gain près. Nous avons montré que les deux gains alors en jeu ne dépendent ni du point de synthèse ni des pondérations et sont directement liés à la structure mécanique de notre système.

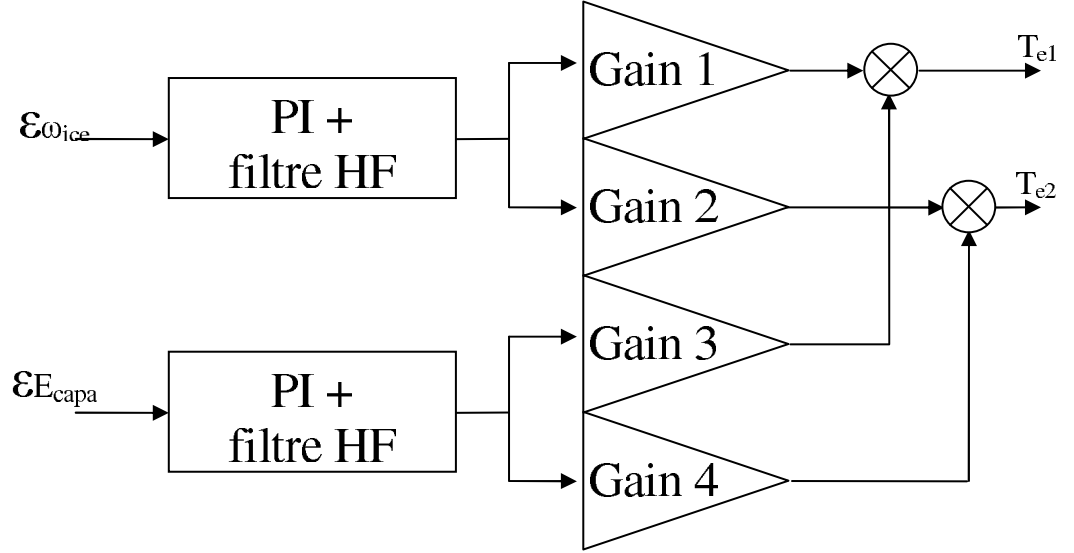
Ces deux faits nous poussent à utiliser une structure logicielle particulière pour l'implémentation de  $K_1$ <sup>2</sup>. Celle-ci est présentée sur la figure 8.1.

Le principal avantage de cette structure est de réduire la nécessité en temps de calcul de notre correcteur. Par ailleurs, le fait de mettre le correcteur sous la forme

---

1. C'est une ressource précieuse dans un véhicule

2. Ici, nous n'évoquons pas l'étage  $K_2$ , qui est algébrique et qui ne dépend pas de la structure de  $K_1$

FIGURE 8.1 – Architecture logicielle du correcteur  $K_1$ 

PI pourrait permettre une retouche a posteriori du correcteur, en permettant une meilleure interprétation de celui-ci. L'ensemble des essais que nous avons réalisés nous ont toutefois montré qu'une telle retouche n'était pas fructueuse. En effet, seuls les correcteurs issus du processus de synthèse que nous avons décrit dans cette thèse stabilisent le système, chacun ayant des caractéristiques particulières. Un correcteur modifié a posteriori (même très peu) ne stabilise pas le système. Ceci nous confirme que cette partie du système (correspondant à l'étage  $K_1$ ) est pleinement multivariable.

### 8.2.2 Discrétisation

Cette structure de  $K_1$  permet de minimiser l'espace mémoire et le temps de calcul nécessaire à notre loi de commande. La seconde étape pour l'implantation du correcteur est sa discrétisation pour le rendre compatible avec le calculateur. Dans notre cas, la période d'échantillonnage des calculateurs est de  $2ms$ .

La méthode de discrétisation qui a été utilisée est la transformation bilinéaire (ou de Tustin). Elle est caractérisée par :

$$s \rightarrow \frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1} \quad (8.1)$$



La particularité de cette méthode de discrétisation est de conserver la norme  $\mathcal{H}_\infty$  du système. Elle est donc appropriée à notre cas. On l'utilise alors de la manière suivante pour discrétiser  $K_1$ , mis sous la forme PI avec filtrage des hautes fréquences. On considère chaque sous transferts pour  $i$  allant de 1 à 4 :

$$K_{1i}(s) = \frac{K_i(s + \omega_1)}{s(s + \omega_2)} \quad (8.2)$$

où par analogie le gain  $K_i$  et la fréquence  $\omega_1$  représentent le PI et  $\omega_2$  le filtrage des hautes fréquences. En remplaçant  $s$  par son expression, on obtient :

$$\begin{aligned} K_{1i}(z) &= K_i \frac{\frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1} + \omega_1}{\frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1} (\frac{2}{T_e} \frac{z-1}{z+1} + \omega_2)} \\ &= K_i \frac{1+A}{1+B} \frac{T_e(z+1)}{2(z-1)} \frac{z + \frac{A-1}{A+1}}{z + \frac{B-1}{B+1}} \end{aligned} \quad (8.3)$$

Où  $A = \frac{T_e \omega_1}{2}$  et  $B = \frac{T_e \omega_2}{2}$ . Les termes  $A$  et  $B$  sont communs aux couples de correcteurs élémentaires égaux à un gain près. On peut différencier deux parties de cette expression :

- une première, égale à  $K_i \frac{1+A}{1+B}$ , qui est un gain propre à chacun des 4 correcteurs élémentaires (ce sont les gains de la figure 8.1),
- une seconde, partagée par deux correcteurs élémentaires, qui est la discrétisation d'un PI avec filtre. On remarque que celle-ci est composée d'un intégrateur et d'une seconde fonction de transfert.

### 8.2.3 Initialisation

Une fois la discrétisation du correcteur réalisée, nous pouvons nous pencher sur son initialisation. Cette tâche se décompose en deux points. Il faut tout d'abord choisir un critère caractérisant une "bonne" initialisation. Ensuite, il faut déterminer une méthode pour la réaliser.

#### 8.2.3.1 Critère d'initialisation

Considérons que le temps  $t_0$  correspond au premier instant d'activité de notre correcteur. Les instants précédents seront notés  $t_{-1}, t_{-2}...$  Les instants suivants seront notés  $t_{+1}, t_{+2}...$  De plus, on considère qu'un autre correcteur était en activité

aux instants précédents<sup>3</sup> et que nous avons accès aux anciennes commandes qu'il a générées et aux anciennes erreurs de suivi (en  $\omega_{ice}$  et  $E_{capa}$ ). Ces commandes seront notées  $T_{e1old}$  et  $T_{e2old}$ , et les nouvelles  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$ .

Le critère d'initialisation de notre correcteur est alors le suivant. Nous souhaitons que :

- la différence des commandes entre les instants  $t_{-1}$  et  $t_0$  soit égale à celle entre les instants  $t_{-2}$  et  $t_{-1}$ , c'est à dire que :

$$T_{e1}(t_0) - T_{e1}(t_{-1}) = T_{e1}(t_{-1}) - T_{e1}(t_{-2}) \quad (8.4)$$

et :

$$T_{e2}(t_0) - T_{e2}(t_{-1}) = T_{e2}(t_{-1}) - T_{e2}(t_{-2}) \quad (8.5)$$

- l'état de  $K_1$  à  $t_0$  soit tel que  $K_1$  aurait eu la même sortie que l'ancien correcteur à  $t_{-1}$ .

On montre ci-après que la première condition impose des contraintes issues des erreurs à  $t_0$  et des commandes à  $t_{-1}$  et  $t_{-2}$ . La seconde impose des contraintes issues des erreurs et des commandes à  $t_{-1}$ .

### 8.2.3.2 Méthode d'initialisation

Pour faciliter l'initialisation, on implémente notre correcteur conformément à la figure 8.2. Cette structure découle directement de la figure 8.1 et du résultat de la discrétisation du correcteur. Nous avons ainsi accès à quatre variables à initialiser : 1 sortie par bloc dynamique.

Intéressons nous tout d'abord aux deux blocs de droite. On souhaite initialiser leur sortie, soit  $U_1$  et  $U_2$ . L'initialisation de ces variables doit assurer la première condition d'initialisation, puisqu'elle conditionne directement la sortie du correcteur à l'instant  $t_0$ . Etant donné que les conditions d'initialisation portent sur  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$ , il faut tout d'abord déterminer qu'à tout instant, on a :

---

3. C'est toujours le cas, puisqu'il y a nécessairement une phase de pré-charge de la capacité filtre avant de démarrer le véhicule.

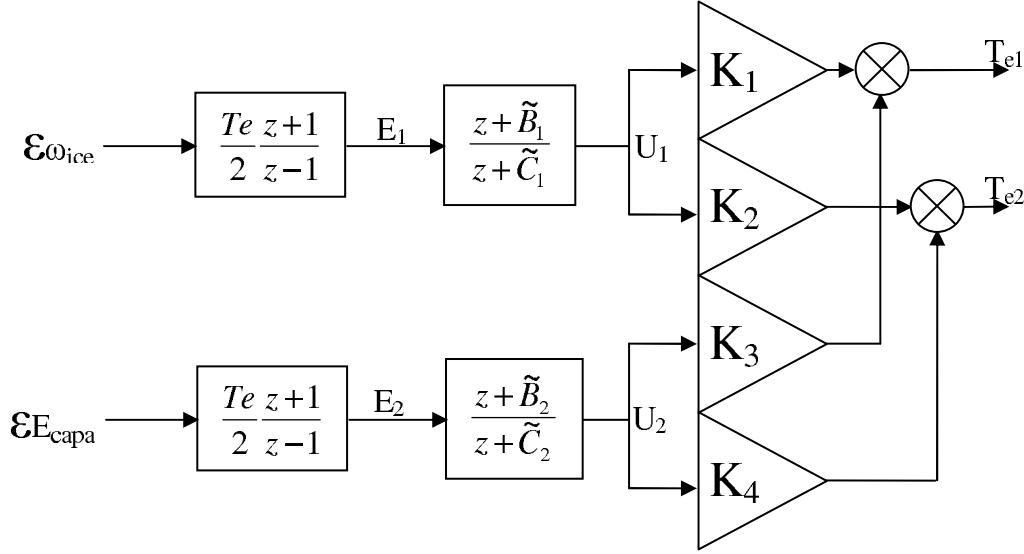


FIGURE 8.2 – Architecture logicielle du correcteur  $K_1$  en discret, facilitant l'initialisation

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{K_1 K_4 - K_2 K_3} (K_4 T_{e1} - K_3 T_{e2}) \\ U_2 &= \frac{1}{K_1 K_4 - K_2 K_3} (K_1 T_{e2} - K_2 T_{e1}) \end{aligned} \quad (8.6)$$

Pour initialiser la sortie des 2 blocs de droite, il faut donc :

- calculer la valeur que l'on souhaite donner à  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$  à l'instant  $t_0$ , à partir des valeurs de  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$  aux instants  $t_{-1}$  et  $t_{-2}$  (qui sont générées par la loi de commande précédente), conformément à la première condition (8.4),
- traduire ces deux valeurs en  $U_1$  et  $U_2$  à  $t_0$ , grâce à 8.6,
- imposer ces valeurs comme sorties des 2 blocs de droite.

Intéressons nous maintenant à l'initialisation des deux blocs de gauche. Des précisions de nomenclature sont alors nécessaires, puisque cette étape fait intervenir des commandes générées par l'ancienne loi de commande, on les note  $T_{e1old}$  et  $T_{e2old}$ , et des commandes de notre correcteur, on les note  $T_{e1}$  et  $T_{e2}$ . La seconde condition d'initialisation s'écrit alors simplement<sup>4</sup> :

4. Etant donné que notre correcteur n'est pas encore actif au temps  $t_{-1}$ , ceci n'est bien qu'une condition à respecter.

$$\begin{aligned} T_{e1}(t_{-1}) &= T_{e1old}(t_{-1}) \\ T_{e2}(t_{-1}) &= T_{e2old}(t_{-1}) \end{aligned} \quad (8.7)$$

A partir de ces équations et de 8.6, on trouve les valeurs souhaitées pour  $U_1(t_{-1})$  et  $U_2(t_{-1})$ . On utilise alors les équations de récurrence entre les signaux  $U_i$ ,  $E_i$ ,  $\epsilon_{\omega_{ice}}$  et  $\epsilon_{E_{capa}}$  :

$$\begin{aligned} U_1(t_0) &= -\tilde{C}_1 U_1(t_{-1}) + E_1(t_0) + \tilde{B}_1 E_1(t_{-1}) \\ E_1(t_0) &= E_1(t_{-1}) + \frac{T_e}{2} (\epsilon_{\omega_{ice}}(t_0) + \epsilon_{\omega_{ice}}(t_{-1})) \\ U_2(t_0) &= -\tilde{C}_2 U_2(t_{-1}) + E_2(t_0) + \tilde{B}_2 E_2(t_{-1}) \\ E_2(t_0) &= E_2(t_{-1}) + \frac{T_e}{2} (\epsilon_{E_{capa}}(t_0) + \epsilon_{E_{capa}}(t_{-1})) \end{aligned} \quad (8.8)$$

Pour en déduire  $E_1(t_0)$  et  $E_2(t_0)$  :

$$\begin{aligned} E_1(t_0) &= \frac{1}{1+\tilde{B}_1} \left( \frac{T_e \tilde{B}_1}{2} \epsilon_{\omega_{ice}}(t_0) + \frac{T_e \tilde{B}_1}{2} \epsilon_{\omega_{ice}}(t_{-1}) + U_1(t_0) + \tilde{C}_1 U_1(t_{-1}) \right) \\ E_2(t_0) &= \frac{1}{1+\tilde{B}_2} \left( \frac{T_e \tilde{B}_2}{2} \epsilon_{E_{capa}}(t_0) + \frac{T_e \tilde{B}_2}{2} \epsilon_{E_{capa}}(t_{-1}) + U_2(t_0) + \tilde{C}_2 U_2(t_{-1}) \right) \end{aligned} \quad (8.9)$$

Où  $\tilde{B}_i = \frac{B_i-1}{B_i+1}$  et  $\tilde{C}_i = \frac{C_i-1}{C_i+1}$ .

Ces 2 valeurs sont alors utilisées comme initialisation de la sortie des blocs de gauche de la figure 8.2.

### 8.3 Résultats obtenus sur prototype

L'obtention d'un correcteur peu gourmand en temps de calcul, discret et bien initialisé permet d'envisager des essais sur véhicule. Deux prototypes de TIVA étaient à notre disposition pour de tels essais.

La structure du simulateur complet, que nous avons utilisé précédemment, nous garantit la compatibilité du correcteur et de sa structure logicielle avec les organes de communication du véhicule d'essais. C'est un avantage important de ce simulateur : la communication entre les organes y imite précisément celle du véhicule réel. Toutefois, le véhicule n'a pas été conduit comme il l'aurait été par un conducteur classique : nous avons envoyé des échelons de consigne en couple à la roue et en régime moteur pour tester les comportements de manière dissociée. Cela se traduit

par le fait que nous avons court-circuité l'OPF et directement travaillé sur l'entrée du COS. Bien que cela puisse devenir fastidieux<sup>5</sup>, cela permet de tester la loi de commande sur des profils plus durs que ceux que générerait l'OPF.

Les résultats que nous avons ainsi obtenus sont présentés sur les figures 8.3, 8.4 et 8.5.

Durant ces essais, nous faisons varier les consignes de couple à la roue et de régime du moteur thermique en échelons. De l'instant  $t = 0$  à  $t = 150s$  le véhicule est à l'arrêt. En effet le couple appliqué à la roue est insuffisant pour le faire décoller<sup>6</sup>. Puis le couple devient supérieur à une valeur seuil (proche de  $250Nm$ ) et le véhicule prend de la vitesse. A partir de cet instant ( $t = 150s$ ), le véhicule roule, et on lui impose différentes consignes de couple et de régime moteur.

La figure 8.3 nous montre le suivi du régime moteur, du couple à la roue et de la tension de la capacité filtre. Notons tout d'abord qu'en ce qui concerne le couple, nous n'avons pas accès à la valeur réellement fournie par la transmission. En effet, notre véhicule d'essais, comme les véhicules classiques, n'est pas équipé d'un capteur permettant d'avoir accès à cette mesure. La valeur que nous traçons en est une estimation. Celle-ci est malgré tout assez fiable. D'autre part, la valeur de ce couple est naturellement entachée de plusieurs perturbations et en particulier de la réponse du sol à la roue. Or celle-ci varie beaucoup :

- entre les moments où le véhicule est à l'arrêt et ceux où il roule,
- en fonction de la pente de la route,
- lors des virages.

Puisque les essais ont été réalisés sur une piste de forme carrée et en pente, l'ensemble de ces facteurs entrent en jeu. C'est pourquoi le profil de  $T_o$  varie parfois sans raison (virage) et qu'il est parfois entaché d'une erreur statique (pente ou couple de freinage).

Regardons les courbes de suivi des consignes (figure 8.3). On remarque qu'en

---

5. Conduire un véhicule avec un ordinateur portable est plus délicat qu'à partir des pédales. Par exemple, il faut un certain temps pour demander une nouvelle consigne de couple.

6. c'est à dire le mettre en mouvement

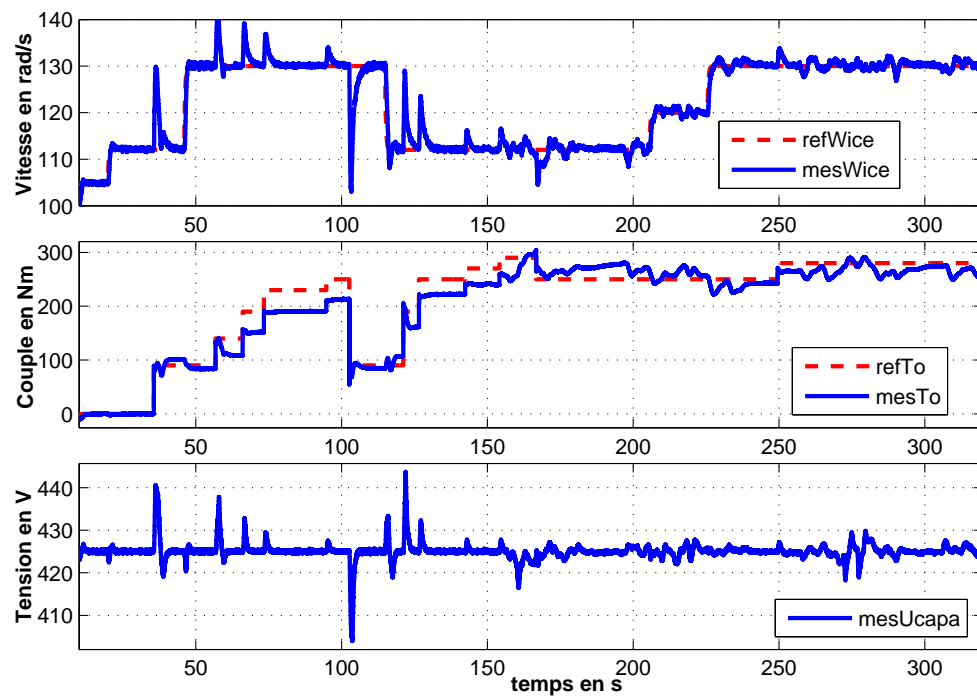


FIGURE 8.3 – Suivi des consignes par le véhicule d'essais

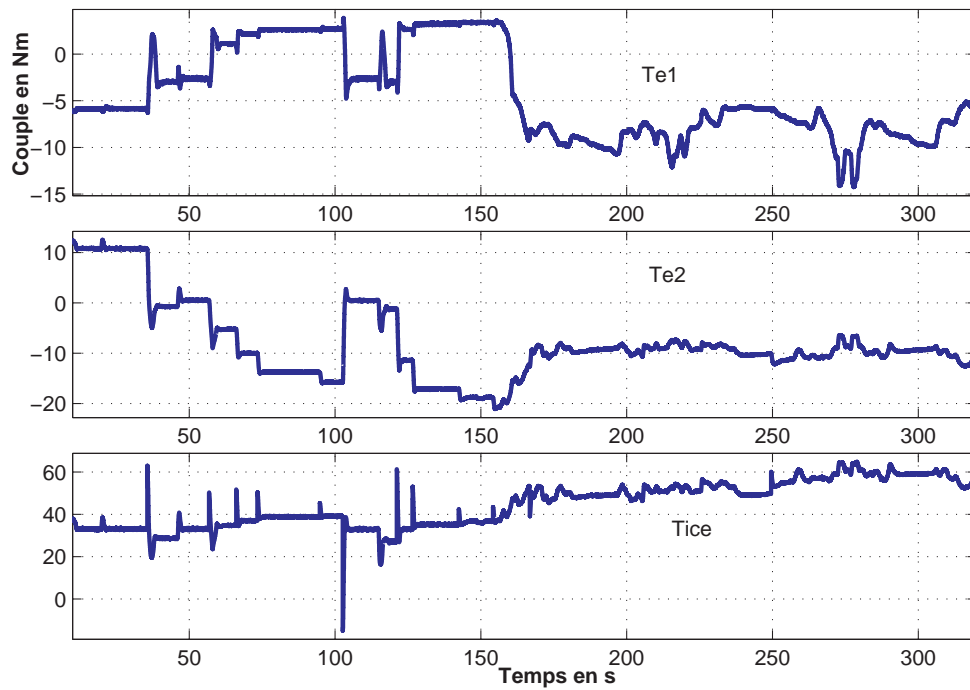


FIGURE 8.4 – Activité des actionneurs sur le véhicule d'essais

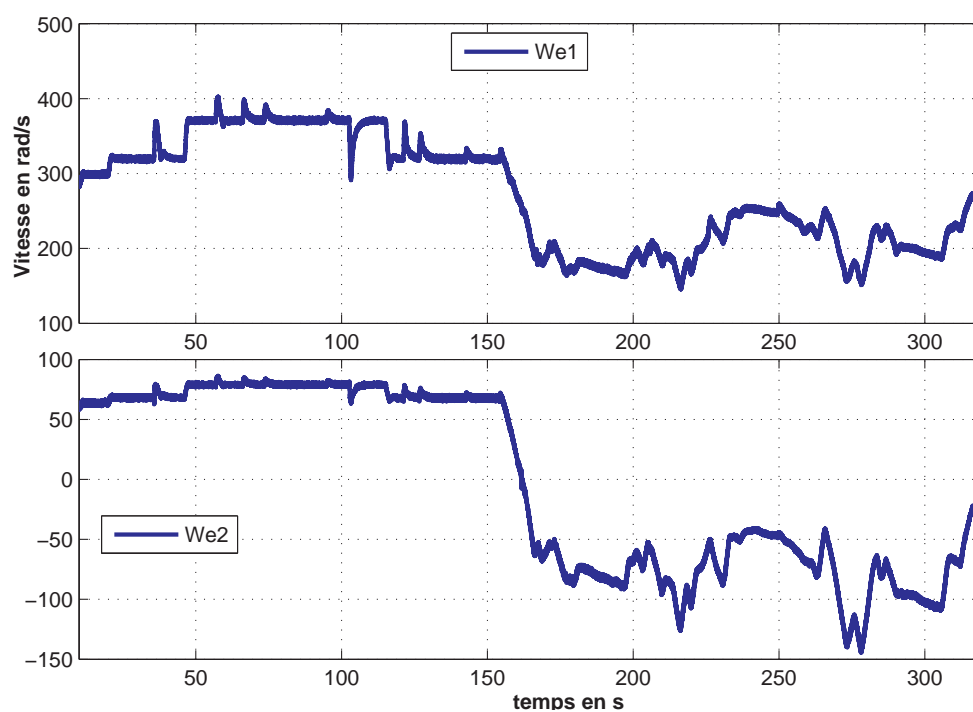


FIGURE 8.5 – Vitesses des machines électriques



ce qui concerne le régime moteur et la tension, il n'y a jamais d'erreur statique. Une fois que le véhicule est en mouvement, il en est de même pour  $T_o$ . De plus en terme de temps de réponse, ces suivis sont bons :  $T_o$  varie quasi instantanément et la dynamique de  $\omega_{ice}$  est pleinement satisfaisante (aussi bien par rapport au cahier des charges que par rapport au ressenti dans le véhicule).

Intéressons nous alors au découplage des variables en jeu. On note tout d'abord que les échelons de consigne en  $T_o$  ont un effet à la fois sur  $\omega_{ice}$  et sur la tension. Dans les deux cas, les variations sont faibles et ne remettent pas en cause les performances de la loi de commande, d'autant plus que de tels échelons ne sont jamais demandés par l'OPF<sup>7</sup>. On note également une légère erreur statique sur  $T_o$  dépendant de la valeur de  $\omega_{ice}$ , mais celle-ci est négligeable.

Maintenant, regardons la figure 8.4 : elle nous montre que pour ce profil d'essai, les actionneurs ne saturent pas. De plus, nous voyons que les couples appliqués sont peu "chahutés". A l'inverse, certaines lois de commandes pourraient engendrer des profils de couples très bruités pour suivre les consignes. Le réglage adéquat des pondérations sur les commandes, lors de la synthèse, nous a permis de limiter de tels comportements. Ces derniers auraient pour conséquence d'user les actionneurs ou de générer des bruits ou des vibrations au sein du véhicule.

La figure 8.5 nous montre la vitesse des machines lors de cet essai. Elle permet de déterminer l'évolution du point de fonctionnement sur le polytope (en  $\omega_{e1}$  et  $\omega_{e2}$ ). Durant ces essais, on voit qu'une grande partie du polytope a été balayée.

On remarque que la loi de commande donne de meilleurs résultats lorsque le véhicule est en mouvement (à partir de  $t = 150$ ). Une des raisons les plus probables est le fait qu'à l'arrêt, le couple transmis à la roue est intégralement renvoyé à la transmission et perturbe les suivis de consigne.

---

7. La demande en couple par la pédale est souvent assez douce, et celle-ci est parfois filtrée au niveau de l'OPF

## 8.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord vu certains problèmes posés par l'implantation d'une loi de commande dans un véhicule d'essai. La résolution de ces derniers a permis de réaliser des essais permettant de valider notre démarche sur le système réel.

L'interprétation des résultats nous montre que le cahier des charges est pleinement rempli. De plus, ces essais sur le système réel ont permis de vérifier que notre loi de commande générait peu de bruits ou de vibrations au sein du véhicule. Lors de ces essais nous avons trouvé que le ressenti par le conducteur de l'asservissement des variables était assez bon (les pics de régime moteur ne se ressentent pas beaucoup par exemple).

L'implantation d'une loi de commande sur le système réel est souvent un travail à part entière et complexe. Cette tâche a pu être réalisée au cours de la thèse en grande partie grâce aux propriétés de robustesse de l'approche de synthèse que nous avons retenue. L'utilisation d'autres outils, apportant éventuellement d'autres avantages, nous aurait poussé à prendre beaucoup plus de temps pour la réaliser. Grâce à ces essais, la validation de notre approche est complète.



## Chapitre 9

## Conclusion générale



## Conclusion

Le but de cette thèse est de déterminer une approche efficace pour synthétiser les couches moyennes du contrôle d'une transmission hybride. Nous avons attaché beaucoup d'attention à deux aspects importants. Tout d'abord, il nous a semblé indispensable de garantir que notre approche est applicable à un ensemble vaste de transmissions hybrides. Dans cette optique, nous avons étudié indépendamment les organes qui les composent, dans le but de déterminer un modèle représentatif d'un ensemble le plus grand possible d'architectures. Nous avons donc été amenés à étudier des systèmes aussi divers que la Toyota Prius, pionnière du genre, le système IMA de Honda et d'autres système dont TIVA, à l'étude chez Renault.

D'autre part, nous avons voulu montrer que ces méthodes étaient adaptées au monde de l'industrie et en particulier de l'automobile. Pour cela, nous avons toujours gardé à l'esprit les contraintes d'implémentation d'une loi de commande dans un véhicule, telles que la taille de celle-ci ou son extrême robustesse. Par ailleurs, il nous a semblé important de pousser la validation des lois de commande jusqu'aux essais véhicules. En effet, seuls ces derniers permettent de garantir que notre approche est réellement efficace sur le système.

L'étude du modèle général obtenu a mené à deux résultats primordiaux. Tout d'abord les systèmes considérés sont fortement non-linéaires. Nous avons toutefois vu qu'il était possible de les étudier comme des systèmes linéaires à paramètres variants (systèmes LPV). D'autre part, il est possible de les contrôler avec une structure particulière de loi de commande. Celle-ci permet aussi bien de prendre en compte plusieurs modes de fonctionnement (suivi de couple, coupure d'injection...) que de réduire la taille du correcteur. De plus cette structure permet de tirer bénéfice d'une certaine connaissance des groupes moto-propulseurs classiques, en reprenant le découplage des fonctions moteur et boîte de vitesse.

Les objectifs de la loi de commande sont alors les suivants :

- le suivi des consignes de manière efficace, dans un cadre multivariable,
- la traduction aisée d'un cahier des charges précis,
- le découplage des suivis de ces consignes,
- une sollicitation faible des actionneurs,

- une forte robustesse face aux perturbations identifiées,
- une forte robustesse face aux incertitudes de modélisation et aux non-linéarités (caractère LPV du système).

L'ensemble de ces considérations nous a naturellement conduit vers la théorie de la commande  $\mathcal{H}_\infty$ . Nous avons montré que deux approches étaient alors possibles : soit déterminer un correcteur linéaire invariant (LTI) pourvu que celui-ci soit suffisamment robuste face aux variations des paramètres, soit synthétiser un correcteur LPV. En effet, les méthodes  $\mathcal{H}_\infty$  sont particulièrement bien adaptées à ce type d'exercices. Nous avons fait le choix de suivre ces deux approches, l'une étant plus simple, et l'autre promettant a priori de meilleurs résultats.

Pour comparer ces deux approches et éventuellement en valider une, nous avons utilisé des outils d'analyse adaptés aux systèmes LPV. Les deux aspects classiques de l'analyse ont été abordés, à savoir la stabilité et les performances. En particulier, une méthode de tracé caractérisant un système LPV a été mise au point. Dans un second temps, nous avons réalisé un ensemble de simulations significatives du système. Ces résultats nous ont permis de montrer que les deux lois de commande que nous avons obtenues satisfaisaient le cahier des charges.

Dans cette mesure, nous avons choisi de ne poursuivre que la première approche, synthétisant un correcteur LTI. Pour valider pleinement celle-ci, nous avons testé la loi de commande sur véhicule. Préalablement, nous avons dû prendre en compte un certain nombre d'aspects liés à l'implémentation d'une loi de commande : discrétisation, initialisation, structure logicielle... Les résultats alors obtenus sont très prometteurs et remplissent le cahier des charges. D'autre part, cette phase d'essais a permis de valider complètement l'approche choisie.

Ceci montre les avantages en terme de robustesse qu'apportent les outils que nous avons choisis pour la synthèse de notre loi de commande.

### Bilan des résultats

Les résultats obtenus au cours de cette thèse montrent tout d'abord les avan-

tages apportés par les méthodes de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ , et en particulier le bénéfice en terme de robustesse qu'elles apportent. En effet, l'implantation de notre loi de commande sur le véhicule a été relativement aisée. Or, c'est souvent une tâche complexe, qui nécessite parfois la remise en cause totale de la méthodologie. Bien que très adaptées à la synthèse de correcteurs LPV, nous avons également vu qu'elles permettaient l'obtention d'un correcteur LTI performant, y compris lorsque le système est fortement non-linéaire. Dans d'autre cas, les bénéfices apportés par le cadre de synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  / LPV auraient pu être indispensables pour satisfaire le cahier des charges. Dans cette mesure, nous avons montré que ces méthodes étaient bien adaptées au contrôle de groupe moto-propulseurs (GMP) complexes, tels que celui d'un véhicule hybride. Ainsi, le champ d'application de ces outils modernes et performants s'étend petit à petit à de nombreux domaines industriels.

Parallèlement à cela, nous avons trouvé une structure de contrôle particulièrement efficace pour le COS. Ses avantages, notamment le fait qu'il permet la prise en compte de plusieurs modes de fonctionnement (suivi de couple, coupure d'injection, changement de mode), sont des arguments forts pour sa réutilisation. Rappelons qu'elle permet la réduction de la taille de la loi de commande, et qu'elle a l'avantage de reprendre un schéma proche de celui d'un véhicule classique, à savoir le découplage entre les fonctions moteur et boîte de vitesse. Ainsi, elle permet la réutilisation du savoir faire d'ingénieurs plus habitués au GMP classique et facilite la mise en place du cahier des charges complet.

### Perspectives

L'étude et le contrôle de transmissions hybrides étant relativement récents, beaucoup de choses restent à investiguer à ce sujet. Tout d'abord il serait intéressant de réaliser la mise au point de notre loi de commande pour des profils de roulage plus sévères, tels que des phases où le conducteur demande une accélération maximale. Cette étude poserait un problème : celui des saturations. Nous avons vu que dans notre cas, elles ne posaient pas de problème. Toutefois, il est possible de mettre au point des stratégies anti-saturation.

De plus, nous avons vu que dans cette étude, nous avons négligé les raideurs des arbres du système. Il serait intéressant de voir si leur prise en compte apporte



de meilleurs résultats, y compris en terme de robustesse.

Enfin, il est clair que les résultats apportés par cette étude nous montrent les qualités de la méthodologie et des outils employés. Dans cette optique, nous pouvons imaginer que leur application à d'autres modes de fonctionnement du véhicule serait possible. Citons un exemple précis. Certains véhicules hybrides (dont TIVA) permettent une certaine autonomie en roulage électrique pur, c'est à dire moteur thermique éteint. Si le niveau de charge de la batterie devient critique, il faut démarrer le moteur. Cette phase est assez complexe en terme de contrôle puisqu'elle est pleinement multivariable et qu'elle demande un découplage fort des variables. La synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  pourrait permettre de contrôler de telles opérations.





Annexe 1 :  
Publication pour l'IFAC World  
congress 2008

# Robust torque tracking control for E-IVT hybrid powertrain

O. REYSS\*, \*\* G. DUC\* P. POGNANT-GROS\*\*  
G. SANDOU\*

\* Automatic Control Department, SUPELEC, 3 rue Joliot Curie,  
91192 Gif-sur-Yvette, France (e-mail: olivier.reyss@supelec.fr,  
gilles.duc@supelec.fr, guillaume.sandou@supelec.fr)

\*\* Renault Advanced Engineering Department, avenue du golf, 78288  
Guyancourt, France (e-mail: philippe.pognant-gros@renault.com)

---

**Abstract:** This study deals with the control of a hybrid vehicle powertrain, composed of three actuators (one engine, two electric machines). This powertrain belongs to the Electric-Infinitely Variable Transmission (E-IVT) class. In order to achieve low fuel consumption, drivability and electric power management, controllers have to achieve simultaneously three specifications, namely engine speed, wheel-torque and battery power references. Decoupled controlled-output behaviors and optimal performances are also required.

In order to imitate a classical powertrain, the control structure is split in two parts. The interest is to decouple transmission speed ratio control and wheel torque control. A model-based design approach is proposed, that directly deals with robustness and decoupling, in a full multivariable and frequency-dependent framework ( $H_\infty$  synthesis).

Closed-loop simulations are presented. Stability and performances subject to disturbances and non-linearities are also evaluated, using the theory of linear parameter varying (LPV) systems.

Keywords:  $H_\infty$ -synthesis; Linear Parameter Varying Systems; Hybrid electric powertrain

---

## 1. INTRODUCTION

The development of new automotive engine and powertrain concepts is driven by the aim to reduce the average fleet  $CO_2$  emissions and fuel consumption. Hybrid powertrain concepts, in addition to the conventional internal combustion engine (ICE), are equipped with one or more electrical machines and a battery as an energy storage unit. By using the specific advantages of both power sources, hybrid vehicles are considered as a short term possibility to achieve the mentioned goals (see Chan et al. (2001) and Larminie et al. (2003)). The study deals with the control of a dual-mode power-split hybrid powertrain. It is composed of three actuators (one ICE, two electric machines) which allow managing the power from the engine and the battery to the wheels. Opening or closing breaks change speed ratios between actuators and wheels, resulting in two different mechanical modes. This structure has been presented by Villeneuve (2004). Many algorithms have been developed to determinate efficient references, in order to achieve low fuel consumption, drivability and electric power management (see Chau et al. (2002) and Hofman et al. (2005)). Then, specifications are: engine speed, wheel torque and battery power references, decoupling the controlled-output behaviors and achieving optimal closed-loop performances subject to uncertainties or non-linearities. This powertrain is described in section 2.

To enable the design of the control law, a complete model of the system has been defined. Its study showed that it

is possible to perform reduction without losing accuracy on its behavior. It also showed non-linearities due to battery charge process. Indeed, our system can be written as a quasi-LPV (linear parameter varying) model, which means that matrices of its state-space description are time-varying. Although stability and performances of our system could seriously be degraded by this non-linearity, a linear time invariant controller has been designed. Thus, it would be easier to embed the controller into a prototype and to tune it. As a result, the stability and performance robustness subject to such variations has to be guaranteed.

To imitate a classical powertrain control, the control structure has been split in two parts, decoupling transmission speed ratio and wheel torque controls. As shown in section 3, this new control law is composed of two controllers : a  $2 \times 2$ -multivariable part, controlling ICE speed and battery power, and an open-loop part, controlling wheel torque. To design the closed-loop part of the control structure, a model-based design approach is proposed, that directly deals with robustness and decoupling, in a full multivariable and frequency-dependent framework. It is based on  $H_\infty$  synthesis. All the design specifications can be expressed by frequency-dependent weights on different closed-loop transfers. This approach allows fixing compromises between each closed-loop objectives and is presented in section 4. Robust stability and performances subject to disturbances and non-linearities have been analysed in section 5. Stability and performances of the non-linear system are then analysed by applying the LPV systems theory. It gave good results. Closed-loop simulations on a

model of the vehicle are then performed. Since the results detailed in section 6 are very convincing, this control law will be implemented into a prototype.

## 2. SYSTEM DESCRIPTION

### 2.1 Structure

The main advantage of this structure (figure 1) is the possibility to operate in two mechanical modes. The first one stands for low speeds, the second for high speeds. This dual-mode structure allows reducing the electric machine's maximal power. Furthermore, different driving conditions imply different control strategies. For example, it may be interesting to track the wheel torque (as a classic car does), whereas it may be better to keep the engine speed at zero in particular situations. This structure is presented in Villeneuve (2004). In this study, the first mechanical mode and the torque tracking strategy will only be considered.

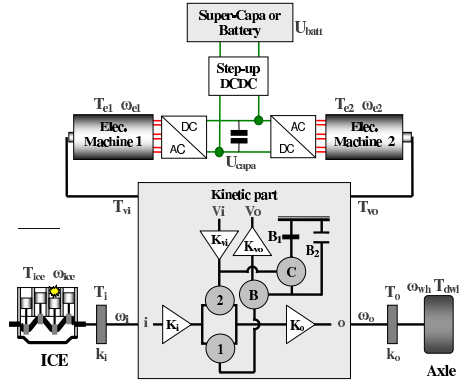


Fig. 1. Mechanical structure of the system in the first mode

On this scheme (torques being in  $N.m$ , speeds in  $rad.s^{-1}$  and voltage in  $V$ ):

- $T_{e1}$  and  $\omega_{e1}$  (respectively  $T_{e2}$  and  $\omega_{e2}$ ) are machine 1 (resp. 2) torque and speed,
- $T_{ice}$  and  $\omega_{ice}$  are the torque and speed of the Internal Combustion Engine (ICE),
- $T_{dice}$  is the friction torque of the ICE (as well as disturbances on the ICE shaft)
- $T_{dwh}$  and  $\omega_{wh}$  are the wheel torque and speed,
- $k_i$  (respectively  $k_o$ ) is the stiffness of the axle that links the ICE to the powertrain (resp. the axle that links the wheels to the powertrain),
- $T_i$  and  $\omega_i$  is the torque and speed of the axle that links the ICE to the powertrain,
- $T_o$  and  $\omega_o$  is the torque and speed of the axle that links the wheels to the powertrain,
- $T_{vi}$  and  $\omega_{vi}$  is the torque and speed of the axle that links the electric machine 1 to the powertrain,
- $T_{vo}$  and  $\omega_{vo}$  is the torque and speed of the axle that links the electric machine 2 to the powertrain,
- $U_{capa}$  is the electric machines input voltage (and  $E_{capa}$  for the battery charge level),
- $U_{batt}$  is the battery voltage,
- $\mathcal{P}_{dcdc}$  (in  $W$ ) is the power (either positive or negative) transmitted from the super-capacitor to the buffer-capacitor (by the DC/DC converter) added to the electric losses (electric machines and converter),
- $M$  is a matrix that links  $\omega_i$ ,  $\omega_o$ ,  $\omega_{vi}$  and  $\omega_{vo}$

According to figure 1, the kinetic part is composed of four planetary trains (1, 2, B and C), two breaks B1 and B2, and four speed ratios  $K_i$ ,  $K_o$ ,  $K_{vi}$  and  $K_{vo}$ . It is connected to the ICE, to the wheels and to the electric machines 1 and 2. The electrotechnical part operates as follows: both machines are connected to a buffer-capacitor via two converters. The aim of this capacitor is not power storage but ensuring a convenient voltage at the machines input. A super-capacitor stands for power storage. Both capacitors are connected by a step-up DC/DC converter. The high bandwidth of the electric machines allows controlling the buffer-capacitor voltage. Studying the transmission, the buffer-capacitor is only considered. Then, the super-capacitor and the DC/DC converter can be seen as positive or negative power stream.

The aim of this study is to design an appropriate controller for this system whose aim is to track references for the wheel torque  $T_o^\#$ , the ICE speed  $\omega_{ice}^\#$  and the electric machines power  $E_{capa}^\#$  by generating control inputs ( $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$  and  $T_{ice}$ ) for both electric machines and for the ICE. In order to design a controller for the system, the set of specifications for the first mechanical mode and the torque tracking strategy is as follows:

- (1) time response ( $\tau_{\omega_{ice}}$ ) smaller than a predetermined value for  $\omega_{ice}$ ;
- (2) time response ( $\tau_{T_o}$ ) smaller than a predetermined value for  $T_o$ ;
- (3)  $U_{capa}$  in a range centered on its nominal value  $U_{capa}^{ref}$ ;
- (4) good stability margins;
- (5) reduced actuators activity;
- (6) controlled-output behaviors decoupling;
- (7) rejection of main disturbances ( $T_{dice}$ ,  $T_{dwh}$  and  $\mathcal{P}_{dcdc}$ ).

Studying each component behavior, a full-order model is obtained. Neglecting high frequency dynamics, the model has been reduced to a 3 states model. Its state space description is as follows:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{e1} \\ \dot{\omega}_{e2} \\ \dot{E}_{capa} \end{bmatrix} &= A \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ -\omega_{e1} & -\omega_{e2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \\ T_{ice} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} B_{d11} & B_{d12} & 0 \\ B_{d21} & B_{d22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ \mathcal{P}_{dcdc} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ E_{capa} \\ T_o \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C \\ C_{T_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & 0 \\ D_{T_o1} & D_{T_o2} & D_{T_o3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \\ T_{ice} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ D_{d31} & D_{d32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ \mathcal{P}_{dcdc} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

Where  $A$ , each  $B_{ij}$ ,  $C_{ij}$  and  $D_{ij}$  are constant matrices that depends on the mechanical structure of the transmission. Three disturbances in the reduced model have to be considered:  $T_{dice}$ ,  $T_{dwh}$  and  $\mathcal{P}_{dcdc}$  for the energetic part.

### 2.2 System properties

The equation describing the energetic part of the system contains torque/speed products. A LPV (linear parameter varying) system is a system whose state space description matrices depend on varying parameters. The system (1) is not exactly a LPV system: one matrix is linearly

dependent on  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$ , but these parameters are also states of the system. Such systems are called quasi-LPV systems. An equivalent LPV system can be obtained by considering  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$  both as state variables and varying parameters having the same variation range and dynamics. Helmersson (1995) and Leith et al. (2000) show that properties satisfied by the equivalent LPV system are satisfied by the quasi-LPV system (but the converse is not true). As soon as arbitrary variations are considered for the equivalent LPV, variations of the states  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$  are a subset of variations of the equivalent LPV parameters. It means that tools developed for LPV systems can be applied to the system, although it is somewhat conservative.

### 3. CONTROL STRUCTURE

#### 3.1 Global control structure

The controller is a MIMO controller, whose inputs are references  $T_o^\#$ ,  $\omega_{ice}^\#$  and  $E_{capa}^\#$ , and each measure delivered by the system, that is to say  $E_{capa}$ ,  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$  (see figure 2). Note that it is possible to compute  $\omega_{ice}$  as

$$\omega_{ice} = [1 \ 0] M \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \end{bmatrix}.$$

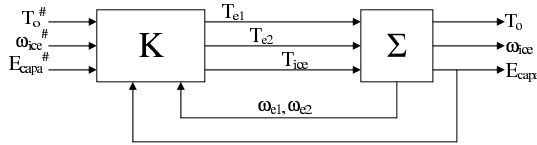


Fig. 2. Classic control structure

#### 3.2 Structure proposal for the controller

The strategy of figure 2 is fully multivariable. As a result, this control law may be totally different from the one used in a classic vehicle, that is split in two independent but communicating parts: one that tracks the speed ratio between the ICE and the wheels (gear box control) and another that tracks the wheel torque (ICE control). Usually, a mechanic gear box operates in a discrete mode, but when the car is taking off, its behavior is close to an IVT's one (so does a robotized gear box changing its speed ratio). Indeed, the gear box controller or the driver continuously operates on the speed ratio with the clutch. It would be interesting to get profit of such a knowledge by designing a two levels control structure: a first level tracking the wheel torque by calculating the ICE torque, and a second one tracking the speed ratio between the ICE and the wheels, with the two electric machines torques.

The study of the system model (1) shows an interesting property. Since  $C_{T_o}$  is zero, a simple algebraic equation links six torques:  $T_o$ ,  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$ ,  $T_{ice}$ ,  $T_{dice}$  and  $T_{dwh}$ :

$$T_o = D_{T_{o1}}T_{e1} + D_{T_{o2}}T_{e2} + D_{T_{o3}}T_{ice} + D_{d31}T_{dice} + D_{d32}T_{dwh} \quad (2)$$

It has important consequences on the control law. It shows that it is possible to have a first controller  $K_1$  for  $\omega_{ice}$  and  $E_{capa}$  whose outputs are  $T_{e1}$  and  $T_{e2}$ , and a second one  $K_2$  tracking  $T_o$  using  $T_{ice}$ . For the control law to be accurate,  $T_o^\#$  is considered as a disturbance in the design of the first controller (see figure 3). Considering a classic powertrain,

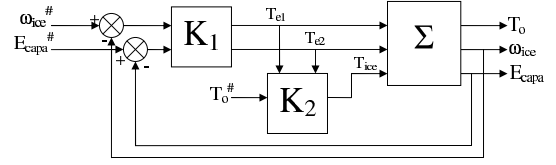


Fig. 3. Control structure proposal

$T_{ice}$  is obtained from  $T_o^\#$  and estimations of  $T_{dwh}$  and  $T_{dice}$ . In this paper, we consider  $T_o^\# = T_o$ , and  $T_{dwh}$  and  $T_{dice}$  as negligible to design  $K_2$ , which is described by:

$$T_{ice} = \frac{1}{D_{T_{o3}}}(T_o^\# - D_{T_{o1}}T_{e1} - D_{T_{o2}}T_{e2}) \quad (3)$$

Consider now the design of controller  $K_1$ . Substituting equation (3) in model (1), one obtains the following synthesis model:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{e1} \\ \dot{\omega}_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + B' \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \end{bmatrix} + B'_d \begin{bmatrix} T_{dice} \\ T_{dwh} \\ T_{dcdc} \\ T_o^\# \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{ice} \\ E_{capa} \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \omega_{e1} \\ \omega_{e2} \\ E_{capa} \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} T_{e1} \\ T_{e2} \end{bmatrix}$$

$$\text{with: } B' = \begin{bmatrix} B_{11} - B_{13} \frac{D_{T_{o1}}}{D_{T_{o3}}} & B_{12} - B_{13} \frac{D_{T_{o2}}}{D_{T_{o3}}} \\ B_{21} - B_{23} \frac{D_{T_{o1}}}{D_{T_{o3}}} & B_{22} - B_{23} \frac{D_{T_{o2}}}{D_{T_{o3}}} \\ -\omega_{e1} & -\omega_{e2} \end{bmatrix}$$

$$\text{and: } B'_d = \begin{bmatrix} B_{d11} & B_{d12} & 0 & \frac{B_{13}}{D_{T_{o3}}} \\ B_{d21} & B_{d22} & 0 & \frac{B_{23}}{D_{T_{o3}}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Controller  $K_1$  can be designed by any automatic control method. The main advantage of this structure is the decoupling of two different behaviors: one part of the control law acts as a gear box controller and controls the battery charge, the other part acts as an ICE controller. As explained before, such a control law allows using the knowledge of classic powertrains. Furthermore, it may be very efficient because fast actuators (electric machines) are split from the slow one (ICE).

### 4. K1 CONTROLLER SYNTHESIS

The principle of  $H_\infty$  synthesis (see Doyle et al. (1989) and Zhou et al. (1996)) is the minimization of the  $H_\infty$  norm of one or several transfers of the system. Such a method allows satisfying sharp specifications as: performances (time response, overshoot), stability margins or actuator limitations, by introducing frequency dependent weights (see figure 4).

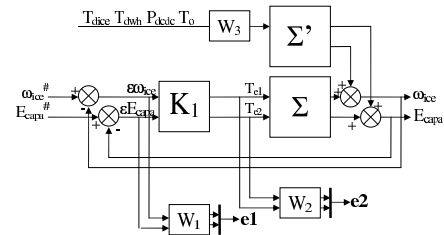


Fig. 4. Closed-loop system with frequency dependent weights

In this study, the aim of  $H_\infty$  synthesis tools that have been used is to reduce the  $H_\infty$ -norm of transfers between references and disturbances, and tracking errors and control inputs, that is to say:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} W_1 S & -W_1 \Sigma' W_3 \\ W_2 K_1 S & -W_1 K_1 \Sigma' W_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}$$

Since the matrices of the quasi-LPV model linearly depend on  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$ , a polytopic LPV representation can be used: such an approach requires considering that  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$  evolve in a convex polygone of  $\mathbb{R}^2$ . It will be defined by considering different physical limitations, the first one being the variation ranges  $[\omega_{e1min}; \omega_{e1max}]$  and  $[\omega_{e2min}; \omega_{e2max}]$ . In a simple model of the system (neglecting stiffness of the flywheel and the axles), there is an algebraic relation linking  $\omega_{e1}$ ,  $\omega_{e2}$ ,  $\omega_{ice}$  and  $\omega_{wh}$  (so does the vehicle speed  $V_{vh}$ ). The matrix that links these variables is  $M$ . There are limitations on  $\omega_{ice}$  and  $V_{vh}$  too. The main difference between both mechanical modes is the value of  $M$ . On the other hand, the first mechanical mode stands for  $\omega_{e1} > 0$ , and the second mode stands for  $\omega_{e1} < 0$ . It is possible to draw the two polytopes (for each mode) on the same figure.

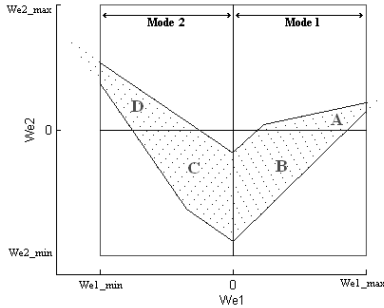


Fig. 5.  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$  polytope, considering all limitations

On figure 5, the biggest square stands for the electric machines limitations, dotted areas represent  $\omega_{ice}$  and  $V_{vh}$  limitations and A, B, C and D areas are the intersections of both. As we are studying the first mechanical mode, we only consider the polytope obtained by the union of zones A and B, that is convex.

## 5. LTI CONTROLLER - $H_\infty$ SYNTHESIS

### 5.1 Synthesis framework

The system being LPV, it is possible to design either a non-linear controller (for example a polytopic LPV controller) or a LTI controller. The choice made in this paper is to design a LTI controller based on the model linearised on a significant operating point of the polytope. Such a controller is easier to tune and more compact. This makes it being easily implementable into a vehicle. The operating point has been iteratively chosen in order to increase performances of the controller subject to variation in the polytope. To validate this choice, stability and performances of such a controller have to be analysed with LPV analysis tools. According to this, conditions to perform the synthesis of a robust controller are:

- (1) consider a two levels control structure,

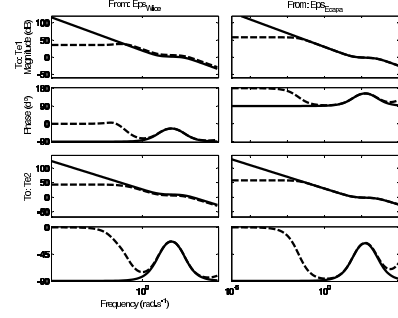


Fig. 6. full-order (dashed line) and simplified (solid line) controllers Bode diagrams

- (2) focus on the first mechanical mode, and a torque tracking strategy,
- (3) use a linearised model of the system for some operating point,
- (4) perform  $H_\infty$  synthesis (LMI solver),
- (5) design frequency dependent weights induced by specifications: two first order weights  $W_1$  and  $W_2$  are introduced for tracking errors and control inputs, whereas  $W_3$  is chosen as a constant diagonal matrix.

### 5.2 Reduction and analysis of the controller

According to figure 4 where suitable filters  $W_i$  are used for the synthesis procedure, the controller stabilises the system at the corresponding operating point, and ensures that each transfer (between inputs  $\omega_{ice}^\#$ ,  $E_{capa}^\#$ ,  $T_{dice}$ ,  $T_{dwh}$ ,  $\mathcal{P}_{dcdc}$ ,  $T_o$  and outputs  $e_1$  and  $e_2$ ) has an  $H_\infty$  norm  $\gamma$  smaller than 1. The controller order is six, this order being imposed by the synthesis algorithm. Often, such a controller contains useless states so that the specifications can be satisfied with a reduced number of states. Furthermore, the final controller must also have an integral behavior at low frequency. In order to simplify the controller, a Hankel singular value (HSV) analysis has been performed. HSV decomposition leads to  $\frac{\sigma_3}{\sigma_2} = 213$ . It means that we can eliminate four low-controllability / observability states.

Keeping in mind that a reduced-order controller also has to satisfy  $\gamma \leq 1$ , the controller has been simplified. Each element of the transfer matrix has been simplified to order two, without changing significantly their frequency dependent shape. On the other hand, the synthesis algorithm imposes frequency dependent weights to be proper. Furthermore, stability constraints imposes weights on tracking errors  $W_1$  to have a low frequency pole. This pole stands in the obtained controller, and the lowest the frequency of this pole is, the better the performances are. As a result, it is gainful to substitute such poles by zero poles. Finally, simplified controller  $K_1$  is composed of 4 PI controllers, with high frequency filtering. The order of the simplified controller is four. Figure 6 presents full-order and simplified controllers Bode diagrams. As a result, we will now call  $K_1$  the simplified controller (tracking  $\omega_{ice}$  and  $E_{capa}$ ).

### 5.3 Controller analysis

The model required to design the controller is different from the real system (that is non-linear). Considering the real system,  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$  vary inside the polytope  $AB$  of



figure 5. Moreover, the whole system is now considered, that's to say the closed-loop part ( $K1$ , tracking  $\omega_{ice}$  and  $E_{capa}$ , see figure 3) and the open loop part ( $K2$ , tracking  $T_o$ ). Every guarantees on stability and performances given by  $H_\infty$  synthesis are lost. As a result, the use of stability and performance analysis tools is necessary.

The state space description of the system can be written:

$$\begin{aligned}\dot{x}_S &= A_S x_S + B_S(\theta) u_S \\ y &= C_S x_S + D_S u_S\end{aligned}$$

where  $A_S$ ,  $C_S$  and  $D_S$  are constant matrices and  $B_S$  is a matrix that linearly depends on  $\theta = [\omega_{e1}, \omega_{e2}]$  that is time varying in the polytope  $\Theta = AB$ . A controller being designed, it is possible to write the state space description of the closed-loop system, named  $S_{BF}$ , as:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(\theta)x + B(\theta)u \\ y &= C(\theta)x + D(\theta)u\end{aligned}$$

where  $A(\theta)$ ,  $B(\theta)$ ,  $C(\theta)$  and  $D(\theta)$  are varying matrices since they are dependent on  $B_S$ .

It is possible to study quadratic stability of the closed-loop system. This study leads to solving LMIs. Becker et al. (2005) and Gahinet et al. (1996) showed that quadratic stability is satisfied for any trajectory of  $\theta$ , if there exists a  $\gamma > 0$  and a matrix  $P = P^T > 0$  such that for all trajectory of  $\theta$  in  $\Theta$ :

$$\begin{bmatrix} A(\theta)^T P + P A(\theta) & P B(\theta) & C(\theta)^T \\ B(\theta)^T P & -\gamma I & D(\theta)^T \\ C(\theta) & D(\theta) & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

Our system is a polytopic LPV, that is to say the varying system is always a barycenter of the linearised systems on the corners of the polytope. Furthermore, if the system is a polytopic LPV system, so does the closed-loop system. As a result:

$$A(\theta(t)) = \sum_i \alpha_i(t) A_i \text{ with } 0 \leq \alpha_i(t) \leq 1 \text{ and } \sum \alpha_i(t) = 1$$

where  $A_i$  are the state matrices of the system on each corner of the polytope. Quadratic stability is satisfied for every trajectory in the polytope if there exists a  $P$  positive matrix such that the LMI is satisfied on each corner of the polytope (on linearised systems).

Note that this is only a sufficient condition. This analysis has been performed on the system and it has shown that the system is stable for every arbitrarily variations of  $\omega_{e1}$  and  $\omega_{e2}$  in the polytope  $AB$ .

#### 5.4 Performance robustness

Stability being checked, it is possible to study performances of our closed-loop system for every variations on the polytope. The system being non-linear, it is useless studying transfer function, so other tools have to be used.

Consider first a LTI system with unit feedback. As already mentioned the sensitivity function  $S(j\omega)$  is the transfer between references  $r$  and errors  $\varepsilon$ , and  $|S(j\omega_0)|$  (or its maximal singular value for MIMO systems) represents the value of the tracking error when the reference  $r(t) = \sin(\omega_0 t)$ . In a similar way for LPV systems, one would like to compute  $S_{LPV}(j\omega_0) = \max_{\theta \in \Theta} \|\varepsilon\|_2$  for  $r(t) = \sin(\omega_0 t)$  which is the maximum energy of the tracking error for all trajectory  $\theta(t)$  in the polytope  $\Theta$ .

It is possible to show that  $\gamma$  obtained resolving 5 is an upper-bound for the  $H_\infty$ -norm of the system. Let's define the energetic function  $V(x) = x^T P x$  and the S-dissipativity function between inputs  $u$  and outputs  $y$  as:

$$S(u, y) = \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix}$$

Then, we have:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} V(x) &= \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} A(\theta)^T Q + Q A(\theta) & Q B(\theta) \\ B(\theta)^T Q & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} \\ S(x, y) &= \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} -C(\theta)^T C(\theta) & -C(\theta)^T D(\theta) \\ -D(\theta)^T C(\theta) & -D(\theta)^T D(\theta) + \gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Subtracting each element of the 2 previous equations, and using Schur lemma, it shows that if (5) is satisfied on each corner, then:  $\frac{d}{dt} V(x) < S(u, y)$  (see Scherer et al. (2004)). As a result, this S-dissipativity is equivalent to:  $\int_0^\infty y^T y < \gamma^2 \int_0^\infty u^T u$ , which is the definition of  $H_\infty$ -norm, valid for a linear as well as a non-linear framework. This tool is very powerful, because it allows getting the  $H_\infty$ -norm for every variation of  $\theta$  on the polytope. In this case,  $\gamma$  represent the energetic gain between a random input signal and the corresponding output signal. To get details on performances it is possible to use frequency dependent weights. For example, consider a weight that is null for every frequency except between  $\omega_a$  and  $\omega_b$  where its value is 1. The  $H_\infty$ -norm  $\gamma_{ab}$  of a SISO system with this weight on its input represent the maximum power gain between an input signal whose spectrum is between  $\omega_a$  and  $\omega_b$ , and corresponding output. Consider  $\omega_a = \omega_b = \omega_0$ , then draw  $\gamma = f(\omega_0)$ . This kind of study can of course be also performed for  $KS$ ,  $SG$  (etc.) functions.

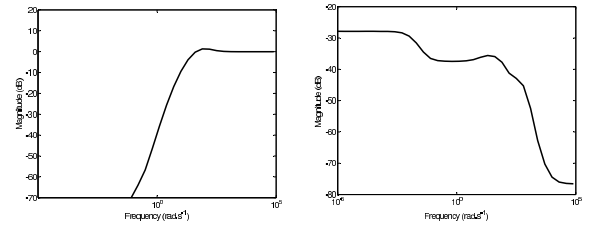


Fig. 7. non-linear S evaluation for Wice (left) and To (right)

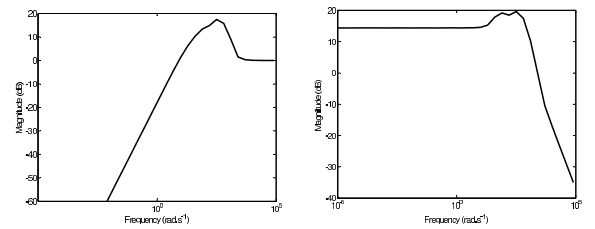


Fig. 8. non-linear S evaluation for Ecapa (left) and non-linear KS evaluation (right)

As an example to understand the use of such a curve, let's consider the closed-loop system with references as inputs and tracking error on  $\omega_{ice}$  as output. Figure (7 left) is obtained. This curve allows to get the maximum value of the bandwidth for references so that sufficiently small tracking error is obtained. For instance, if the bandwidth is  $10 \text{ rad.s}^{-1}$ , the maximum gain between references and error on  $\omega_{ice}$  is  $-10 \text{ dB}$ . To study performance on  $T_o$  and  $E_{capa}$ , figures (7 right) and (8 left) are studied. Figure (8

right) shows the curve obtained considering references as inputs and all control variables as outputs. Because there is no particular link between one reference and one control variable, this curve is global (the system being  $3 \times 3$ , one should consider nine curves to be exhaustive).

Note that it is also possible to use weights on the outputs, but the system being non-linear, the meaning of the curves is not the same. Considering references as inputs and tracking errors as outputs, if a curve has the same shape as (7 left), it shows that for every reference (at any frequency) low error is obtained until a readable frequency. It is also important to note that the transfer function got with the linearised model is smaller than both kinds of curves (with input or output weights).

## 6. SIMULATIONS

The main advantages of this method is the possibility to change specifications very sharply. A controller is designed, whose specifications (based on paragraph 2.1) are:

$\tau_{\omega_{ice}}$	$\tau_{T_o}$	$\max( U_{capa}^{ref} - U_{capa} )$
100ms	as small as possible	25V

The aim of this synthesis is to get a controller able to track  $\omega_{ice}$  during hard simulation events. In order to check the performances of this controller, a complete discrete model of the vehicle is required. Because the system is non-linear, it is not possible to test each scenario and to get exhaustive results. But simulations on the whole polytope give significant results.

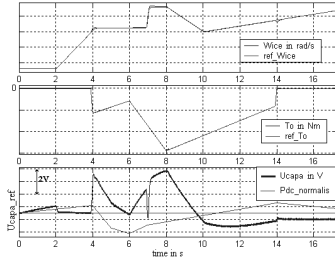


Fig. 9.  $\omega_{ice}$ ,  $T_o$  and  $U_{capa}$  and references

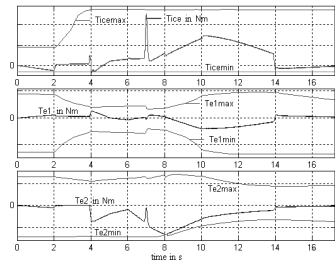


Fig. 10. Actuators torques

Different types of events are simulated. Several values are changed:  $\omega_{ice}$  and  $T_o$  references,  $\mathcal{P}_{dcdc}$ , and consequently  $\omega_{e1}$ ,  $\omega_{e2}$  and the vehicle speed. Figure 9 shows  $\omega_{ice}$ ,  $T_o$  and  $U_{capa}$  and their references. We also draw  $\mathcal{P}_{dcnormalis}$ , that is equal to  $\mathcal{P}_{dcdc}$  divided by its maximum and centered, in order to be easily compared to other variables. Studying  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$  and  $T_{ice}$  torques is interesting to check if they remain inside specifications (figure 10). These simulations show that a LTI controller give convenient results.

## 7. CONCLUSION

The hybrid electric vehicle described in this paper is a potential solution to reduce  $CO_2$  emissions and fuel consumption. This paper aims at describing one way to design controllers satisfying specifications for this powertrain. A two-level control structure has been defined in order to imitate a classic powertrain behavior. Then, a controller has been designed using  $H_\infty$  synthesis. To check the robustness of stability and performances, this controller has been analysed with a LPV analysis tool. Since simulation of the closed-loop system gave good results, this control law will be implemented into a prototype. To increase robustness or to adapt such design methods to other systems, it may be useful to design  $H_\infty$  LPV-controller.

## REFERENCES

- A. Villeneuve "Dual mode electric infinitely variable transmission", Aachener kolloquium fahrzeug- und motorenteknik, 2004.
- D.J Leith, W.E Leithead "Survey on gain-scheduling analysis and design", Int. journal of control, 2000.
- A. Helmersson "Methods for robust gain scheduling", Phd Thesis, Linköping university, 1995.
- J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, B. Francis "State space solutions for  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems", IEEE trans. on automatic control, 1989.
- P. Gahinet, P. Apkarian, M. Chilali "Affine parameter-dependent Lyapunov functions and real parametric uncertainty", IEEE trans. on automatic control, 1996.
- K. Glover, J.C. Doyle "State space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity", Systems and control letters, 1988.
- P. Apkarian, P. Gahinet "A linear matrix inequality approach to  $H_\infty$  control", Int. Journal of robust and non linear control, 1994.
- K. Zhou, J.C. Doyle, K. Glover "Robust and optimal control", Prentice-hall, 1996.
- C.W. Scherer, S. Weiland "Course on Linear Matrix Inequalities in Control", <http://www.cs.ele.tue.nl/sweiland/lmi.html>, 2004.
- C.C. Chan, K.T. Chau "Modern Electric and Hybrid Vehicles", Oxford science publications, 2001.
- J. Larminie, J. Lowry "Electric Vehicle : Technology Explained", CRC press, 2003.
- K.T. Chau, Y.S. Wong "Overview of power management in hybrid electric vehicles", Energy conversion and management 43, 2002.
- T. Hofman, R. van Druten "Concept design for hybrid vehicle power systems", American control conference, 2005.
- G. Becker, A. Packard "Robust performance of linear parametrically varying systems using parametrically-dependent linear feedback", American control conference, 2005.



**Annexe 2 :**

**Brevet publié dans le cadre de la  
thèse**



(12) DEMANDE INTERNATIONALE PUBLIÉE EN VERTU DU TRAITÉ DE COOPÉRATION  
EN MATIÈRE DE BREVETS (PCT)

(19) Organisation Mondiale de la Propriété  
Intellectuelle  
Bureau international



(43) Date de la publication internationale  
2 mai 2008 (02.05.2008)

PCT

(10) Numéro de publication internationale  
**WO 2008/050054 A2**

(51) Classification internationale des brevets : Non classée

(21) Numéro de la demande internationale :  
PCT/FR2007/052216

(22) Date de dépôt international :  
22 octobre 2007 (22.10.2007)

(25) Langue de dépôt : français

(26) Langue de publication : français

(30) Données relatives à la priorité :  
0654546 26 octobre 2006 (26.10.2006) FR

(71) Déposant (pour tous les États désignés sauf US) : **RE-NAULT S.A.S.** [FR/FR]; 13-15 Quai Le Gallo, F-92100 Boulogne Billancourt (FR).

(72) Inventeurs; et

(75) Inventeurs/Déposants (pour US seulement) : **POG-NANT-GROS, Philippe** [FR/FR]; 7 allée de la Cascade, F-92500 Rueil-malmaison (FR). **REYSS, Olivier** [FR/FR]; 56 rue des plantes, F-75014 Paris (FR).

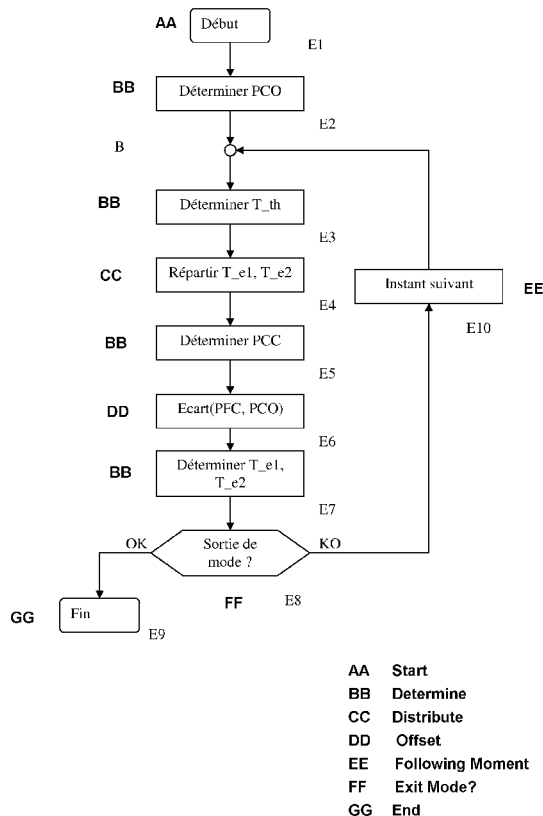
(74) Mandataire : **FARGIER, Delphine**; RENAULT TECH-NOCENTRE, Sce 00267 - TCR GRA 2 36, 1 avenue du golf, F-78288 Guyancourt (FR).

(81) États désignés (sauf indication contraire, pour tout titre de protection nationale disponible) : AE, AG, AL, AM, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IS, JP, KE, KG, KM, KN, KP, KR, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LT, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PG, PH, PL, PT, RO,

[Suite sur la page suivante]

(54) Title: METHOD AND DEVICE FOR CONTROLLING THE ELECTRIC CHARGE OF AN ENERGY BUFFER MEMBER FOR INFINITE VARIABLE TRANSMISSION

(54) Titre : PROCÉDE ET DISPOSITIF DE CONTROLE DE LA CHARGE ELECTRIQUE D'UN ELEMENT TAMPON D'ENERGIE POUR TRANSMISSION INFINIMENT VARIABLE



(57) Abstract: The present invention relates to a method and a device for controlling the electric charge of an energy buffer member for an infinite variable transmission (IVT). The invention can be used in the field of mechanical energy transmission for driving a vehicle. The method involves: determining (E2) an optimal charge point (PCO) for the electric energy buffer member; and at each moment (B) during the vehicle stop and when the driving wheels are blocked, determining (E3) a target value of a thermal torque for transmitting the mechanical power to the electric machines through the infinite variable transmission (IVT; 15)

(57) Abrégé : La présente invention concerne un procédé et un dispositif de contrôle de la charge électrique d'un élément tampon d'énergie pour une transmission infiniment variable (IVT). Elle trouve application dans le domaine de la transmission d'énergie mécanique pour entraîner un véhicule. Le procédé consiste à déterminer (E2) un point de charge optimale (PCO) pour l'élément tampon d'énergie électrique; puis, à chaque instant (B) pendant l'arrêt du véhicule avec ses roues d'entraînement bloquées, à déterminer (E3) une valeur cible de couple thermique pour transmettre de la puissance mécanique aux machines électriques par la transmission infiniment variable (IVT; 15).

WO 2008/050054 A2



# Références bibliographiques

- [AAJ99] Jan Andersson, Roger Axelsson, and Bengt Jacobson. Route adaptation of control strategies for a hybrid city bus. *JSAE Review* 20, 1999.
- [AGB95] P. Apkarian, P. Gahinet, and G. Becker. Self-scheduled  $h_\infty$  control of linear parameter-varying systems : a design exemple. *Automatica*, 1995.
- [BG04] Otmar Bitsche and Günter Gutmann. Systems for hybrid cars. *Journal of Power Sources* 127, 2004.
- [BGFB94] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. Linear matrix inequalities in system and control theory. *Studies in Applied Mathematics SIAM*, 1994.
- [CC01] C.C. Chan and K.T. Chau. *Modern Electric and Hybrid Vehicles*. Oxford Science Publications, 2001.
- [CSPV08] A.E. Catania, E. Spessa, V. Paladini, and A. Vassallo. Influence of hybrid operation on fuel consumption and emissions for micro-, mild- and strong-hybrid diesel applications. *Internationales Wiener Motorsymposium*, 2008.
- [CW02] K.T. Chau and Y.S. Wong. Overview of power management in hybrid electric vehicles. *Energy Conversion and Management* 43, 2002.
- [DF99] Gilles Duc and Stéphane Font. *Commande  $H_\infty$  et  $\mu$ -analyse - des outils pour la robustesse*. Hermès, 1999.
- [DGKF89] J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, and B.A. Francis. State-space solutions to standard  $h_2$  and  $h_\infty$  control problems. *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 34, N°8, 1989.
- [dL02] Philippe de Larminat. *Commande des systèmes linéaires*. éditions Hermès, 2002.



- [GA94] P. Gahinet and P. Apkarian. A linear matrix inequality approach to  $h_\infty$  control. *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol.4, 1994.
- [GAC94] P. Gahinet, P. Apkarian, and M. Chilali. Affine parameter-dependent lyapunov functions for real parametric uncertainty. *Conference on Decision and Control*, 1994.
- [GAC96] P. Gahinet, P. Apkarian, and M. Chilali. Affine parameter-dependent lyapunov functions and real parametric uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996.
- [Gah94] Pascal Gahinet. Explicit controller formulas for lmi-based  $h_\infty$  synthesis. *American Control Conference 94*, 1994.
- [GD88] K. Glover and J.C. Doyle. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $h_\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity. *System and Control Letters* 11, 1988.
- [GIE07] GIEC. rapports du groupement d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat i, ii, iii et iv, 2007.
- [Gut99] Günter Gutmann. Hybrid electric vehicles and electromechanical storage systems - a technology push-pull couple. *Journal of Power Sources* 84, 1999.
- [Hel95] Anders Helmersson. *Methods for Robust Gain Scheduling*. PhD thesis, Linköping University, 1995.
- [Hus03] Iqbal Husain. *Electric and Hybrid Vehicles*. Crc Press, 2003.
- [KOS76] P.V. Kokotovic, R.E. O'Malley, and P. Sannuti. Singular perturbations and order reduction in control theory - an overview. *Automatica*, 1976.
- [Lar07] Edouard Laroche. Analyse de la robustesse des systèmes asservis. *cours : <http://eavr.u-strasbg.fr/laroche/student/>*, 2007.
- [LL00] D.J Leith and W.E Leithead. Survey on gain-scheduling analysis and design. *International Journal of Control*, 2000.
- [LL03] James Larminie and John Lowry. *Electric Vehicle Technology Explained*. Wiley, 2003.
- [LM02] Lester B. Lave and Heather L. Maclean. An environmental-economic evaluation of hybrid electric vehicles : Toyota prius vs. its conventional internal combustion engine corolla. *Transportation Research Part D* 7, 2002.

- [Lya88] A. Lyapunov. *Problème général de la stabilité du mouvement*. éditions Jacques Gabay, 1988.
- [Lys00] Sergey Edward Lyshevski. Energy conversion and optimal management in diesel-electric drivetrains of hybrid-electric vehicles. *Energy conversion and management* 41, 2000.
- [Mac04] U. Mackenroth. *Robust control systems - Theory and case studies*. Springer, 2004.
- [MRS05] Christian Musardo, Giorgio Rizzoni, and Benedetto Staccia. A-ecms : an adaptative algorithm for hybrid electric vehicle energy management. *Proceedings of the European Control Conference 2005*, 2005.
- [PG03] Philippe Pognant-Gros. *De la réduction de modèles vers la commande robuste, application à la commande des canaux d'irrigation*. PhD thesis, Université de Caen, 2003.
- [PG04] Philippe Pognant-Gros. Capitalisation du module cos tiva. *Interne RENAULT*, 2004.
- [PKR05] Pierluigi Pisu, Kerem Koprubasi, and Giorgio Rizzoni. Energy management and drivability control problems for hybrid electric vehicles. *Proceedings of the European Control Conference 2005*, 2005.
- [PZPB91] A. Packard, K. Zhou, P. Pandey, and G. Becker. A collection of robust control problems leading to lmi's. *Conference on Decision and Control* 91, 1991.
- [Rom07] Nicolas Romani. *Modélisation et commande d'un module de puissance destiné à un véhicule pile à combustible*. PhD thesis, Paris XI, 2007.
- [RPG06] Olivier Reyss and Philippe Pognant-Gros. Brevet étendu à l'international : Stratégie de pré-charge d'une capacité de puissance pour une transmission de puissance à dérivation de puissance. *N°06-54546*, 2006.
- [RPGS07] Olivier Reyss, Philippe Pognant-Gros, and Guillaume Sandou. Brevet étendu à l'international : Structure de commande découplée moteur / boîte pour le contrôle d'une transmission de type e-ivt. *N°07-04392*, 2007.
- [RPGV07] Olivier Reyss, Philippe Pognant-Gros, and Arnaud Villeneuve. Brevet - trophée d'or de l'innovation renault 2008 catégorie environnement : Stratégie de charge de l'élément de stockage pour une transmission de puissance par blocage des roues à l'aide des freins. *N°07-54632*, 2007.

- [Sco97] Gérard Scorletti. *Approche unifiée de la commande des systèmes par formulation LMI*. PhD thesis, Paris XI, 1997.
- [SP05] S. Skogestad and I. Postlethwaite. *Multivariable feedback control*. Wiley edition, 2005.
- [SSSO02] Masayuki Soga, Michihito Shimada, Jyun-Ichi Sakamoto, and Akihiro Otomo. Development of vehicle dynamics management system for hybrid vehicles : Ecb system for improved environmental and vehicle dynamic performance. *JSAE review* 23, 2002.
- [Ven01] Nathalie-Méaude Venot. *Modélisation et commande de GMP à basse consommation : exemple de problèmes d'automatique des systèmes hybrides*. PhD thesis, Université de Paris-Dauphine, 2001.
- [Vil04] Arnaud Villeneuve. Dual mode electric infinitely variable transmission. *Aachener kolloquium fahrzeug- und motorentechnik*, 2004.
- [ZD97] K. Zhou and J.C. Doyle. *Essential of robust control*. Prentice-Hall, 1997.
- [ZDG96] K. Zhou, J.C. Doyle, and K. Glover. *Robust and optimal control*. Prentice-Hall, 1996.



## Stratégies de contrôle embarquables d'un groupe moto-propulseur hybride de type bi-mode

Ces dernières années ont vu le marché automobile évoluer de manière importante, chahuté par un ensemble de contraintes géopolitiques et environnementales nouvelles, dont la principale est la nécessité de réduire les émissions de gaz à effet de serre. Une des solutions à moyen terme les plus prometteuses pour répondre à ce problème est l'hybridation des groupes moto-propulseurs.

La complexification des transmissions alors engendrée pose des problèmes de contrôle dont les points clés sont : la rapidité des suivis du couple à la roue, du régime moteur et de la tension de l'élément de stockage dans un cadre multivariable, le découplage de ces suivis et la robustesse de la loi de commande face à un certain nombre de perturbations identifiées et aux non-linéarités. Un outil moderne répond à ces attentes, en proposant une approche fréquentielle, qui permet donc la traduction d'un cahier des charges précis : la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ .

Dans cette thèse, nous poserons tout d'abord le contexte du marché automobile actuel, et nous déterminerons un modèle générique pour un ensemble de transmissions hybrides. Deux axes seront alors étudiés indépendamment. D'une part, nous présenterons une structure de loi de commande avantageuse reprenant l'approche moteur / boîte de vitesse que l'on retrouve dans un véhicule classique. D'autre part, nous mettrons en relief le fait que le système, bien que non linéaire, peut être abordé dans le cadre des systèmes linéaires à paramètres variants (LPV).

Deux approches sont alors possibles : synthétiser un correcteur linéaire invariant, ou un correcteur également LPV. Pour faire ce choix nous mettrons en place plusieurs outils d'analyse, adaptés au cadre LPV, et réaliserons des simulations significatives. Dans le but d'implanter la loi de commande choisie dans un véhicule d'essais, une architecture logicielle sera alors définie, assurant la discrétisation et la bonne initialisation du correcteur.

Les résultats obtenus sur prototype montrent que les outils utilisés sont bien adaptés aux transmissions hybrides, et qu'ils permettent un réglage fin des objectifs du cahier des charges.

**Mots-clés :** véhicule hybride, contrôle de transmission, synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ , synthèse LPV, analyse de robustesse.

### Embedded control strategies for dual-mode hybrid powertrain

During last years, car manufacturers have radically changed their policies because of geo-political and climatic constraints, such as the need for reducing greenhouse gas emission. Nowadays, the leading middle-term solution to resolve this problem is the hybridization of powertrains.

This kind of technical evolutions induces higher complexity of control strategies, whose key points are : dynamic of wheel torque, engine speed and battery voltage tracking, in a multivariable framework, decoupling of these trackings and robustness of the control law, face to uncertainties and non-linearities. Allowing spectral translation of precise specifications,  $\mathcal{H}_\infty$  synthesis seems to be the best tool to lead such studies.

In this thesis, we will first describe the actual context of automotive market. We will then study some existing hybrid powertrains in order to get an universal model of these. Two points will be studied then. On the one hand, a new control law structure will be defined. This one brings benefits by decoupling engine / gearbox behaviour of the powertrain, as in a classic vehicle. On the other hand, we will see that the system can be studied as a linear parameter varying system (LPV).

Then two different approaches are possible : either get a linear control law, based on a linearization of the system, or use a LPV controller. To choose the best solution, analysis tools for LPV systems will be considered and some simulations results will be discussed. In order to use the controller that would have been chosen into a vehicle, a computable design will be defined, dealing with discretization and initialization.

The results we got with the mule car showed that the tools we used are highly adapted to hybrid powertrain, and allow a precise tuning of specifications.

**Keywords :** hybrid vehicle, powertrain control,  $\mathcal{H}_\infty$  synthesis, LPV system sythesis, robustness analysis.